

С.П. Величко, І.В. Сальник, О.М. Царенко

ВИБРАНІ ПИТАННЯ ЗАГАЛЬНОЇ ФІЗИКИ

Рекомендовано Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України як навчальний посібник для студентів педагогічних спеціальностей вищих навчальних закладів

2011

ББК 22. 33я73
К95
УДК 537 (07)

Величко С.П., Сальник І.В., Царенко О.М. Вибрані питання загальної фізики: навчальний посібник . – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2011. – 255 с.

Рецензенти:

Шут М.І., академік НАПН України, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри загальної фізики НПУ ім. М.П. Драгоманова.

Биков В.Ю., доктор технічних наук, професор, академік НАПН України.

У посібнику викладено програмний матеріал з навчального курсу «Вибрані питання загального курсу фізики», що читається студентам напряму підготовки 6.040203 Фізика* на освітньо-кваліфікаційному рівні «спеціаліст». Основну увагу в посібнику приділено розкриттю змісту фізичних основ, понять та загальних принципів фізики твердого тіла та квантової електроніки.

Посібник буде корисним студентам освітньо-кваліфікаційного рівня «магістр» цього ж напряму підготовки, аспірантам та викладачам фізичних факультетів.

***Гриф надано Міністерством освіти і науки,
молоді та спорту України,
лист №1/11–1957 від 11.03.2011 р.***

ISBN

© С.П. Величко, І.В. Сальник, О.М. Царенко

Зміст

ПЕРЕДМОВА.....	5
1. Основи фізики твердого тіла	7
1.1 Внутрішня структура твердих тіл	9
1.1.1. Аморфна та кристалічна будова речовини	9
1.1.2. Основні типи міжатомних взаємодій у твердих тілах	17
1.1.3. Кристалографічні позначення.....	20
1.1.4. Дефекти кристалів	25
1.2. Динаміка кристалічної решітки	29
1.2.1. Класифікація матеріалів за забудовою електронних оболонок.....	29
1.2.2. Пружні коливання атомів. Фоони	31
1.2.3. Коливання атомів одновимірного кристалу	34
Питання для самоперевірки	38
Задачі до розділу 1	39
2. Елементи зонної теорії твердого тіла	41
2.1. Рівняння Шредінгера для кристала	41
2.1.1. Адіабатне й одноелектронне наближення	42
2.1.2. Наближення сильно зв'язаних електронів	44
2.2. Заповнення енергетичних зон електронами	54
2.3. Класифікація твердих тіл за зонною теорією	56
2.4. Ефективна маса електрона	58
2.5. Домішкові рівні у напівпровідниках	62
2.7. Власна і домішкова електропровідність напівпровідників	67
Питання для самоперевірки	71
Задачі до розділу 2	72
3. Фізичні властивості твердих тіл.....	74
3.1. Електричні властивості діелектриків.....	74
3.1.1. Неполярні діелектрики. Електронна поляризація	75
3.1.2. Полярні діелектрики. Дипольна поляризація	76
3.1.3. Поляризація іонних діелектриків	77
3.1.4. Ступінь поляризації діелектриків	78
3.1.5. Активні діелектрики	83
3.1.6. Піроелектричний та п'єзоелектричний ефект.....	87
3.1.7. Пробій діелектрика	93
3.1.7. Використання діелектриків в техніці	97
3.2. Магнітні властивості твердих тіл	99
3.2.1. Досліди Штерна–Герлаха. Гіромагнітне відношення	103
3.2.2. Магнітомеханічні досліди Ейнштейна-де Гааза. Ефект Барнетта.....	108
3.2.3. Магнітне поле в магнетиках. Відносна магнітна сприйнятливість.....	113
3.2.4. Діамагнетики.....	116
3.2.5. Парамагнетики.....	121
3.2.6. Феромагнетики. Природа магнітних властивостей феромагнетиків	126
3.2.7. Антиферомагнетики	134
3.2.8. П'єземагнітний ефект	139
3.2.9. Експериментальне вивчення доменної структури феромагнетиків	141
3.2.10. Практичне застосування магнітних матеріалів.	143
Питання для самоперевірки	144
Задачі до розділу 3	145
4. Вступ до фізики напівпровідників.....	146
4.1. Концентрація рівноважних носіїв заряду і положення рівня Фермі в напівпровідниках	148

4.1.1. Власний напівпровідник.....	148
4.1.2. Домішковий напівпровідник	152
4.2. Залежність рухливості носіїв заряду від температури.....	158
4.2.1. Розсіяння носіїв на теплових коливаннях атомних решіток	159
4.2.2. Розсіяння носіїв на іонізованих домішках	160
4.2.3. Розсіяння носіїв на нейтральних домішках	161
4.3. Температурна залежність електропровідності напівпровідників.....	162
4.4. Фотопровідність напівпровідників	165
4.4.1. Захоплення та рекомбінація носіїв заряду	168
4.4.2. Час життя носіїв заряду та квантовий вихід.....	170
4.4.3. Залежність фотопровідності від інтенсивності освітлення.....	173
4.4.4. Спектральна залежність фоточутливості.....	176
4.5. Гальваномагнітні явища у напівпровідниках.....	178
4.6. Термоелектричний ефект у напівпровідниках	181
4.7. Контактні явища у напівпровідниках	183
4.7.1. Напівпровідниковий випрямляч.....	183
4.7.2. Транзистор.....	188
Питання для самоперевірки	192
Задачі до розділу 4	192
5. Основи квантової електроніки	194
5.1. Вимушене випромінювання	195
5.2. Загальні підходи до побудови лазерів	199
5.3. Принцип роботи твердотільних лазерів	201
5.4. Принцип роботи газового лазера	205
5.5. Напівпровідникові лазери.....	206
5.6. Рідинні лазери (лазери на барвниках).....	213
5.7. Про деякі інші типи лазерів.....	222
5.8. Властивості лазерного випромінювання та його взаємодія з речовиною.....	229
5.9. Використання лазерів у науці, техніці й медицині.....	233
5.9.1. Застосування лазерів у виробничих процесах	233
5.9.2. Використання лазерів у медицині.....	236
5.9.3. Лазери у військовій техніці	239
5.9.4. Використання лазерів в наукових дослідженнях.....	242
Питання для самоперевірки	243
Задачі до розділу 5	244
ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЗЧИК	245
Література	248
ДОДАТКИ.....	250

ПЕРЕДМОВА

Вибрані питання загальної фізики – навчальний курс, що викладається студентам освітньо-кваліфікаційного рівня спеціаліст напряму підготовки 6.040203 Фізика*, є продовженням вивчення загального курсу фізики та переслідує мету ознайомити майбутніх учителів фізики із основними властивостями твердого тіла, з механізмами механічних, теплових, електронних, магнітних, фотоелектронних процесів, що відбуваються в ньому за різних умов. Величезний прогрес за останні десятиріччя в галузі електроніки, створення нових конструкційних матеріалів значною мірою пов'язаний з успіхами фізики твердого тіла та фізики напівпровідників і лазерів. Тому при вивченні даного курсу підкреслюється зв'язок сучасних досягнень фізики твердого тіла з прогресом в галузі електроніки, матеріалознавства, у виробництві напівпровідників із заданими властивостями, сегнетоелектриків, п'єзоелектриків, магнітних матеріалів, оптичних кристалів тощо. До завдань цього курсу входить також вивчення внутрішньої структури твердих тіл, окремих квантових ефектів, які не розглядались в основному курсі загальної фізики.

Необхідність запровадження такого курсу для студентів випускних курсів напряму підготовки 6.040203 Фізика* обумовлена необхідністю належної теоретичної підготовки до виконання ними традиційного для старших курсів фізико-математичних факультетів спецфізпрактикуму, а також для поглиблення знань з навчального курсу «Лазери та їх використання в шкількому фізичному експерименті». Курс «Вибрані питання загальної фізики», згідно навчального плану зазначеного напряму підготовки, розрахований на 108 академічних годин, із яких: 20 годин – лекцій, 16 годин – практичних занять та 72 години – самостійна робота студентів.

Автори даної книги зробили спробу систематизувати значний обсяг матеріалу, що міститься в наукових роботах з фізики твердого тіла, фізики напівпровідників та квантової оптоелектроніки і викласти його у формі,

доступній для студентів вищих навчальних закладів, які вивчили нормативний курс загальної фізики.

У зв'язку з тим, що у збірниках задач із загальної фізики найчастіше відсутні задачі з фізики твердого тіла та квантової оптоелектроніки. У пропонуваному посібнику внесено такі задачі, які дозволять студентам практично закріпити знання, одержані ними при вивченні теоретичного матеріалу. В кінці кожного розділу подано й контрольні запитання, які дозволять студентам самостійно перевірити свої знання, а при потребі – звернутись до додаткової літератури, список якої приведено в кінці посібника.

Автори вважають, що даний навчальний посібник за змістом доступний студентам випускних курсів фізико-математичних факультетів, він розширить та поглибить їхні знання з питань, які в загальному курсі фізики розглядались оглядово.

Навчальний посібник буде корисним і студентам освітньо-кваліфікаційного рівня магістр, які вивчають нормативні навчальні курси – фізика твердого тіла та фізика напівпровідників.

Щиро виражаємо вдячність рецензентам – академікам НПАН України Шуту М.І. та Бикову В.Ю., завдяки яким нам вдалося значно покращити структуру та зміст даного посібника, ліквідувати деякі прогалини.

Усі зауваження та побажання читачів, які можуть покращити дане видання будуть прийняті із вдячністю авторами за адресою: *м. Кіровоград, вул. Шевченка, 1, педуніверситет, кафедра фізики та методики її викладання.*

1. Основи фізики твердого тіла

Історично фізика твердого тіла розвивалася головним чином у двох напрямках. Так, до кінця XIX століття був розроблений і доведений до високої досконалості математичний апарат теорії пружності, який широко використовується в сучасних інженерних дисциплінах. Інший напрям науки про тверді тіла виник ще раніше – це математичний опис груп симетрії кристалів. Спочатку цей метод використовувався в основному в геології. Були виконані дослідження та завершенні праці зі складання каталогів кристалічних структур за видом зовнішнього огранування кристалів. Однак симетрія кристалів і кристалографія набули особливо важливого значення, коли було встановлено, що зовнішня симетрія кристалів обумовлена внутрішньою, мікроскопічною симетрією розташування атомів. Це відкриття було зроблене за допомогою рентгенівських променів на початку нинішнього століття.

Проте, жоден з цих напрямів в галузі фізики твердого тіла не використав класичний метод фізики: встановлення зв'язку між частинками твердого тіла та діючими силами. Реальні успіхи в цій галузі були досягнуті після розвитку сучасної теорії атома – квантової механіки, яка близько 1930 року привела до задовільного розуміння будови атомів. У цей час відбувся і глибокий перегляд багатьох уявлень, розгорнулися фізичні дослідження твердого тіла. У цих наукових працях використовуються уявлення про орбіти електронів і природу сил зв'язку між атомами твердих тіл. Як наслідок – вже до кінця тридцятих років була створена теорія, яка представляла чудовий синтез загальних властивостей твердого тіла з фізичної точки зору. Услід

за тим була створена струнка схема, яка, принаймні в принципі, пояснювала такі явища і властивості, як електропровідність металів, основні відмінності між металами й ізоляторами, теплоємність твердих тіл та їх оптичні властивості.

Праці, що поклали початок другому напрямку сучасної фізики твердого тіла, з'явилися у кінці тридцятих років. Цей напрям пов'язаний з дослідженнями недосконалості кристалічної структури та вивченням їх впливу на фізичні властивості твердих тіл.

Сучасні дослідження у фізиці твердого тіла діляться приблизно порівну між двома напрямками:

- 1) подальше вивчення властивостей досконалих (ідеальних) твердих тіл;
- 2) дослідження неідеальних твердих тіл (з дефектами).

Приклад сучасних досліджень в першому напрямі – дослідження надпровідності; у другому – вивчення дифузії в кристалах.

За останні роки значно розширилася сфера практичного застосування науки про тверді тіла. З'явилися нові типи твердотільних лазерів, виникла ціла галузь, що виробляє матеріали на основі гранатів, істотно змінилась напівпровідникова електроніка, в якій все ширше використовуються складні структури, що є контактами твердих тіл різної природи, наприклад, метал-діелектрик-напівпровідник. Намітилися перспективи застосування інших твердотільних матеріалів – на основі рідкоземельних металів, магнітних напівпровідників, аморфних металів і напівпровідників.

Останні десятиліття не стояла на місці й теорія твердого стану речовини. Велику увагу учених привертають процеси, що стимулюють, в твердих тілах: прискорену дифузію домішок, рекомбінаційно-

прискорені атомні перебудови в діелектричних і напівпровідникових кристалах. Багато досліджень присвячено фізичним явищам в розчинах магнітних домішок в діамагнітних металах і напівпровідниках, викликають інтерес різного роду взаємодії домішок і дефектів в твердих тілах.

1.1 Внутрішня структура твердих тіл

Відомо, що речовини у природі можуть перебувати у чотирьох агрегатних станах: твердому, рідкому, газоподібному та плазменому. На відміну від рідких та газоподібних тіл, тверді тіла володіють пружністю форми. Це значить, що при зміні форми твердого тіла під дією зовнішньої сили в тілах виникають внутрішні пружні сили, які намагаються повернути тверде тіло до початкової форми. Отже, тверді тіла за сталої температури володіють здатністю зберігати свою форму та розміри. Саме завдяки цій важливій властивості тверді тіла набули надзвичайно широкого застосування.

1.1.1. Аморфна та кристалічна будова речовини

Тверді тіла, що трапляються в природі, є або *кристалічними*, або *аморфними*. Залежно від швидкості охолодження деякі речовини із рідкого стану можуть переходити як в аморфний, так й у кристалічний стани. Проте, в поведінці твердих тіл під впливом зовнішніх дій спостерігаються суттєві відмінності. Наприклад, аморфні тіла, на відміну від кристалічних, не володіють певною температурою плавлення; стосовно будь-яких зовнішніх дій вони повністю ізотропні, тобто досліджувані властивості не залежать від напрямку прикладеної дії. Кристали ж по-різному проводять теплоту та електричний струм у різних напрямках. Від напрямку в кристалах

залежать також механічні, оптичні та інші властивості. Залежність фізичних властивостей від напрямку всередині кристалу називається *анізотропією*. Отже, всі кристалічні тіла — анізотропні.

Правильна геометрична форма є істотною зовнішньою ознакою будь-якого кристалічного тіла в природних умовах. Легко виявити правильну форму сніжинок, кристалів кухонної солі тощо. За визначенням Г.Ф. Вульфа, *кристалом* називається тверде тіло, обмежене в силу своїх внутрішніх властивостей плоскими поверхневими гранями. Дійсно, розглядаючи окремі кристали, можна побачити, що вони обмежені плоскими, ніби шліфованими гранями у вигляді правильних багатокутників (рис. 1.1).

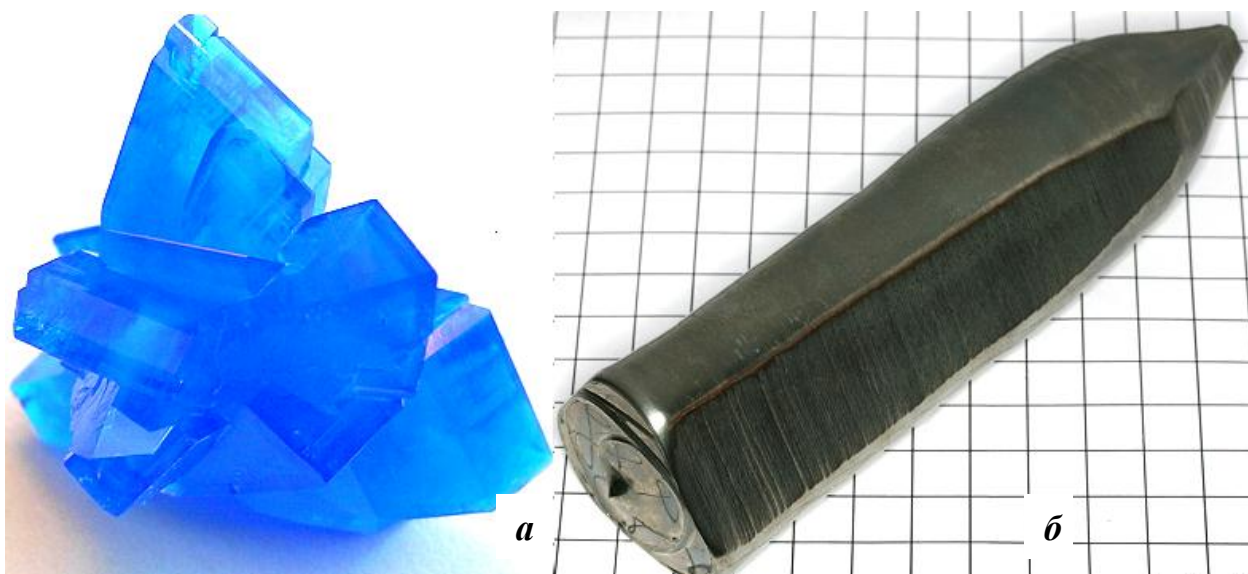


Рис.1.1. Монокристали Cu_2SO_4 (а) та германію (б).

1912 року німецькі фізики А. Лауе, В. Фрідріх і П. Кніппінг виявили дифракцію рентгенівських променів у кристалах. Оскільки рентгенівське випромінювання має електромагнітну природу, то їх дифракція може відбуватися тільки на просторових решітках кристала, тобто на ланцюжках атомів або іонів, відстані між якими порівнянні з довжиною хвилі рентгенівського випромінювання. Так

була доведена реальність просторової структури. Сучасні експериментальні методи дають можливість безпосередньо побачити розташування атомів кристалу в просторі (рис.1.2.).

Причиною геометрично правильної зовнішньої форми кристала є його геометрично правильна внутрішня будова – *просторова решітка*. Просторова решітка – це, звичайно, абстракція. Наявність

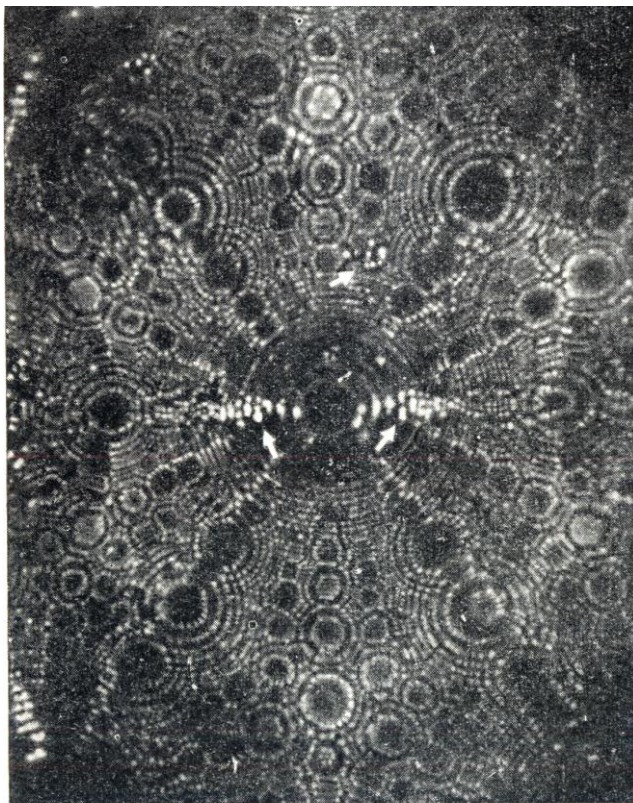


Рис.1.2. Поверхня вольфраму в іонному мікроскопі (збільшення $4 \cdot 10^6$) [1].

кристалічної решітки слід розуміти таким чином, що у просторі, який займає кристал, спостерігається правильне, закономірне чергування атомів або іонів і, якщо їх з'єднати уявними прямими, то отримаємо просторову решітку, у вузлах якої розташовуються атоми або іони.

Загальна властивість, яка однозначно показує, як просторова решітка визначає макроскопічну форму кристала, називається — *симетрією*. Си-

метрія визначає закони розташування структурних елементів в просторових решітках, взаємне розташування граней макроскопічного кристалу, встановлює, якими фізичними властивостями може володіти кристал і якими просторовими напрямками в ньому ці властивості виявляються. Властивість симетрії є проявом загальних фундаментальних законів природи. Взагалі під симетрією слід розуміти

здатність фігури закономірно повторювати в собі свої частини.

Принциповою особливістю кристалічних тіл є їхня *симетрія трансляції*, тобто той факт, що в кристалах їх структура (просторове розташування структурних елементів) повністю повторюється через певну відстань, названу періодом решітки.

Операцією симетрії називається така операція, яка, будучи проведена над твердим тілом, залишає це тіло незмінним, і тоді це тіло називається інваріантним щодо цієї операції. Наприклад, сфера інваріантна обертанню навколо будь-якої осі, переміщенню з одного місця в інше, відображенню в дзеркалі і тому подібне. Якщо двовимірну решітку піддати переміщенню, що задається деяким вектором a , то знову отримаємо початкову решітку; це ж справедливо, зрозуміло, і відносно переміщення, що задається вектором b . Взагалі кажучи, кристалічна решітка з елементарною коміркою, заданою трьома векторами a , b , c – інваріантна відносно всіх операцій трансляції, що визначаються рівністю $\vec{T} = n_1 \vec{a} + n_2 \vec{b} + n_3 \vec{c}$, де n_1, n_2, n_3 – цілі числа. Сукупність усіх таких операцій називається *групою трансляції* даної решітки.

Корінні відмінності у властивостях аморфних та кристалічних тіл, навіть коли вони мають один і той же хімічний склад, зумовлені характером просторового розміщення структурних елементів (атомів, молекул чи іонів). Кристалічна решітка об'ємного твердого тіла складається з великої кількості однакових елементарних комірок, утворених структурними елементами. За Браве існує 14 типів просторових елементарних комірок, які характеризуються симетрією семи різних класів або *сингоній* (рис. 1.3):

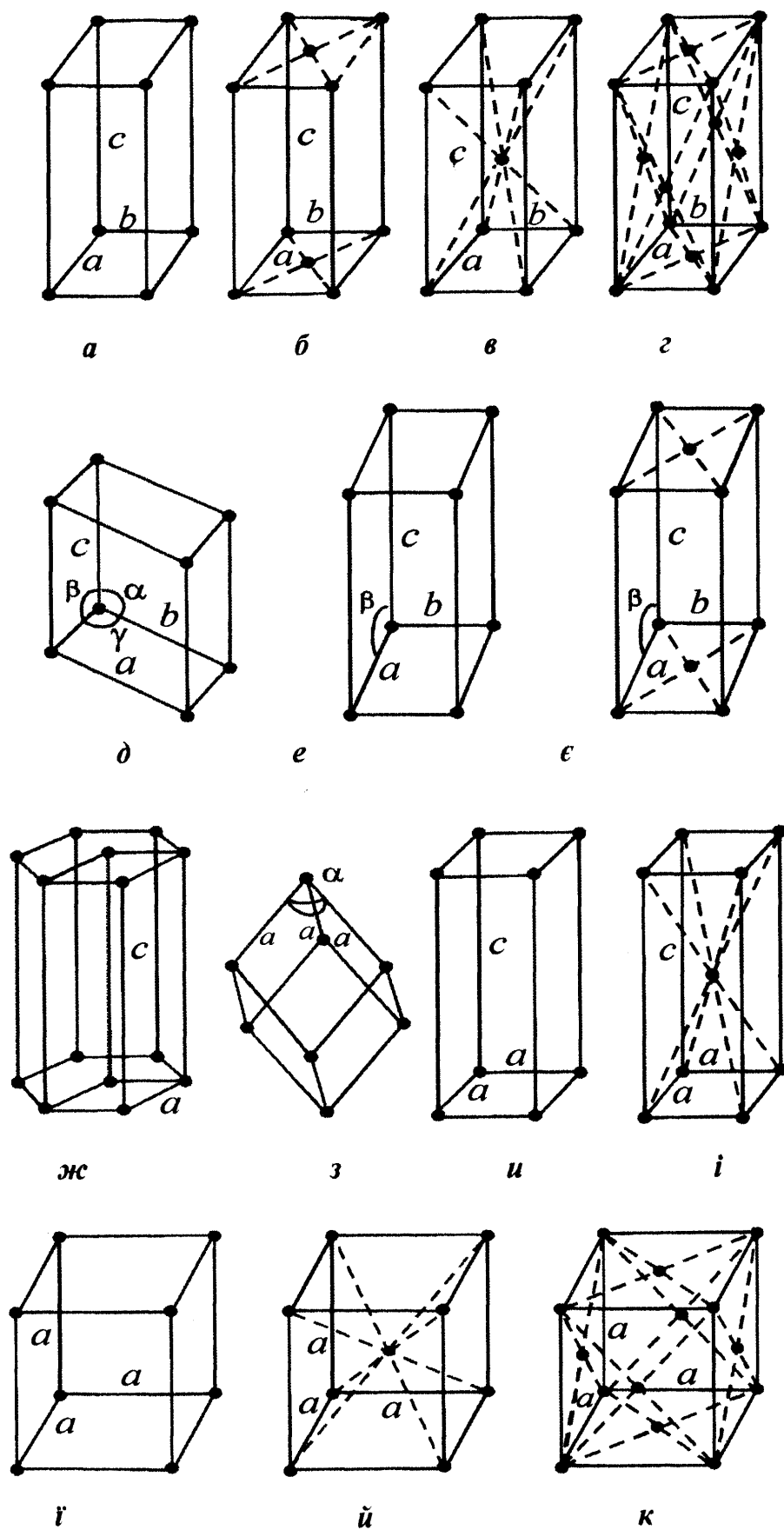


Рис.1.3. Елементарні комірки Браве.

1. Триклинна — відзначається трьома нерівними осями й трьома нерівними кутами (рис. 1.3, *a*).
2. Моноклинна — характеризується трьома нерівними осями, одна з яких перпендикулярна до двох інших (рис. 1.3, *б*) та може мати одну пару площин із атомом у центрі (рис. 1.3, *в*).
3. Орторомбічна — має три рівні взаємно перпендикулярні осі. При цьому можливе утворення чотирьох різних просторових решіток (рис. 1.3, *г, д, е, є*).
4. Гексагональна — має дві різні осі, розташовані під кутом 120° , і третю нерівну, перпендикулярну до них (рис. 1.3, *ж*).
5. Ромбоєдрична — характеризується трьома однаковими осями, які утворюють між собою рівні кути (рис. 1.3, *з*).
6. Тетрагональна — відзначається трьома взаємно перпендикулярними осями, дві з яких однакові. Можливе утворення двох видів просторових решіток (рис. 1.3, *и, і*).
7. Кубічна — має три рівні осі, розташовані під прямими кутами одна відносно іншої, та утворює три види просторових решіток (рис. 1.3, *ї, й, к*).

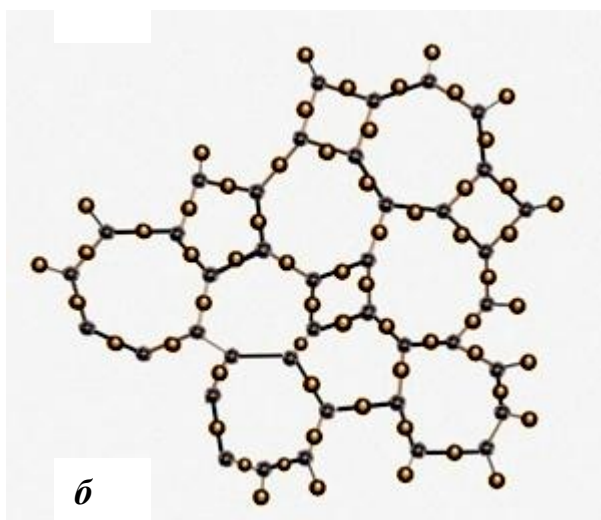
Якщо взяти порівняно великий шматок довільного металу, то на перший погляд його кристалічна будова ніяк не виявляється. Річ у тім, що метали, як звичайно, складаються із величезної кількості маленьких кристаликів, що зрослись між собою різнозорієнтовано. Під мікроскопом чи навіть за допомогою лупи їх неважко побачити, особливо на свіжому зламі металу. Властивості кожного з кристаликів залежать від напрямку, але оскільки вони неупорядковано розташовані один відносно іншого, а загальний об'єм металу значно більший об'єму кожного з кристаликів, то всі напрямки всередині металу

рівноправні, а властивості металів – однакові в усіх напрямках. Якщо тверде тіло складається з великої кількості невпорядковано розміщених кристаликів, то воно називається *полікристалічним*. Отже, полікристалічні тіла – *анізотропні*.

Окремі ж кристалики називаються *монокристалами*.



a



б

Рис. 1.4. Схематична структура кристалічного кварцу (*a*) та аморфного кремнезему (*б*).

Монокристалом буде й зразок, який в усьому об'ємі буде мати єдину кристалічну решітку. Часто одна й та ж речовина може перебувати як у кристалічному, так і в аморфному станах. Наприклад, SiO_2 може бути кристалічною речовиною — кварцем, але може бути й в аморфній формі — у вигляді кремнезему. При цьому простежуються чіткі зміни й у внутрішній структурі цих речовин. В основі кристалічної решітки кварцу містяться тільки правильні шестикутники (рис. 1.4, *a*), внутрішня будова

кремнезему хоч і нагадує кристалічну решітку, але має вигляд невпорядкованості: поряд з шестикутниками у ній трапляються п'яти- й семикутники (рис. 1.4, *б*).

Аморфні тіла при низьких температурах за своїми властивостями нагадують тверді тіла, але із збільшенням температури поступово

розм'ягчаються, а їхні властивості все більше наближаються до рідин. Аморфні тіла не мають чіткої температури плавлення.

Здатність одного й того ж кристала утворювати декілька різних кристалічних структур називається *поліморфізмом*. Такі перетворення кристалічної решітки можуть відбуватись під дією температури й тиску. Поліморфізм поширений серед багатьох металів та має важливе практичне значення, оскільки впливає на поведінку металів і сплавів при їхньому нагріві й охолодженні під час термічної обробки та при експлуатації деталей, які повинні витримувати широкий діапазон температур. На рис. 1.5 показана крива охолодження чистого заліза, яке кристалізується (й плавиться) при 1539°C та при охолодженні до точки $A_{\Gamma 4}$ (1392°C) має поліморфну модифікацію $\delta\text{-Fe}$ (кристалічна решітка у вигляді об'ємноцентрованого куба). У точці $A_{\Gamma 4}$ утворюється $\gamma\text{-Fe}$ (гранецентрована решітка), яке немагнітне. У точці $A_{\Gamma 1}$ при температурі 910°C утворюється $\beta\text{-Fe}$ (решітка — об'ємноцентрований куб), яке теж немагнітне. Точка $A_{\Gamma 2}$ характерна тим, що при темпера-

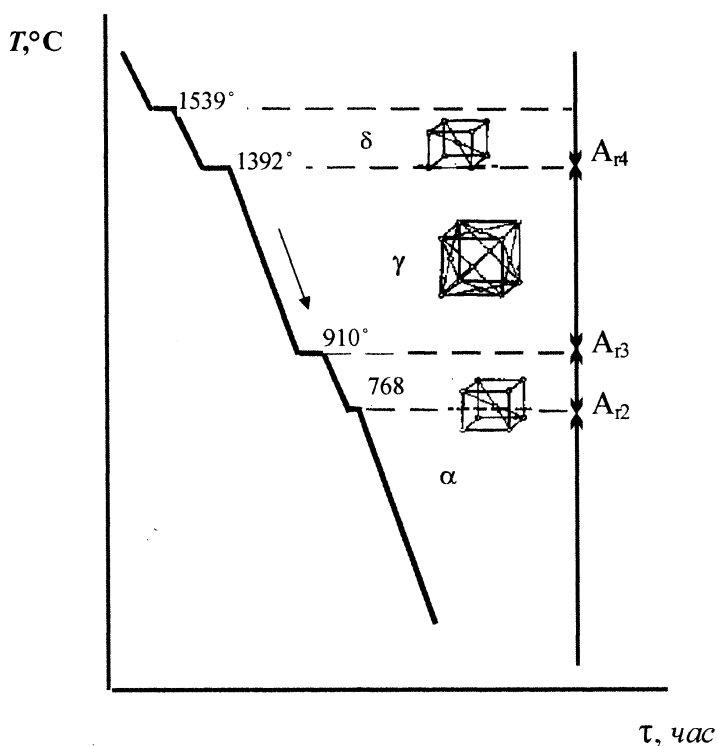


Рис. 1.5. Крива охолодження (нагріву) чистого заліза Fe .

женні до точки $A_{\Gamma 4}$ (1392°C) має поліморфну модифікацію $\delta\text{-Fe}$ (кристалічна решітка у вигляді об'ємноцентрованого куба). У точці $A_{\Gamma 4}$ утворюється $\gamma\text{-Fe}$ (гранецентрована решітка), яке немагнітне. У точці $A_{\Gamma 1}$ при температурі 910°C утворюється $\beta\text{-Fe}$ (решітка — об'ємноцентрований

куб), яке теж немагнітне. Точка $A_{\Gamma 2}$ характерна тим, що при темпера-

турі 768 °С без зміни кристалічної решітки відбувається перехід у магнітне $\alpha\text{-Fe}$. При нагріванні мають місце ці ж переходи, але у зворотній послідовності. Точки $A_{\Gamma 4}$, $A_{\Gamma 3}$, $A_{\Gamma 2}$ називаються *критичними*.

1.1.2. Основні типи міжатомних взаємодій у твердих тілах

У вузлах кристалів можуть розміщуватись атоми, молекули або іони. Типи зв'язків між молекулами й атомами в кристалічному тілі визначаються характером розподілу електронів. Умовно можна назвати чотири типи зв'язків між частинками в кристалах: атомний, металевий, іонний та молекулярний.

Атомні кристали. Атомні кристали утворюються тоді, коли між атомами кристала виникають ковалентні (або гомеополлярні) зв'язки. Зміст цього зв'язку полягає в тому, що кожен два сусідні атоми зв'язуються один з одним парою електронів, – по одному від кожного атома. У цьому випадку кожен з цієї пари електронів належить одночасно обом зв'язаним між собою атомам. Для наочності часто говорять, що ці електрони рухаються спільною орбітою навколо ядер обох

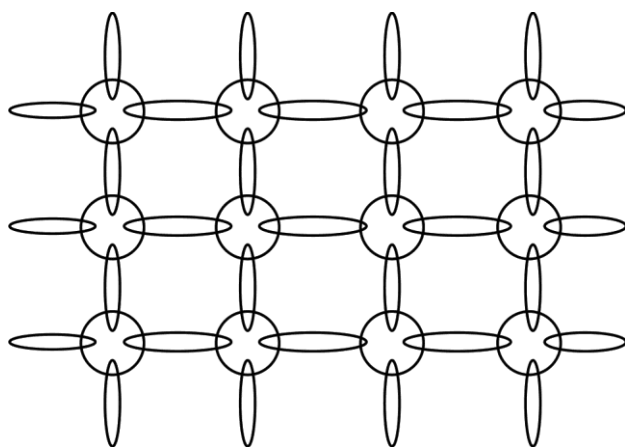


Рис.1.6. Схема утворення ковалентних зв'язків у кристалах.

атомів одночасно. В такому русі навколо ядер можуть брати участь тільки зовнішні, валентні електрони. В атомах деяких речовин їх може бути кілька.

Класичним прикладом атомного кристала є кристал алмазу, який складається з нейтральних атомів вуглецю,

або кристали кремнію, германію тощо. Структура вказаних кристалів

характеризується тим, що в кристалічній решітці кожен атом має чотирьох найближчих сусідів (рис. 1.6.). Ковалентний зв'язок зводиться до парних електронних зв'язків між даним атомом і кожним з найближчих сусідніх атомів. Розглядуваний атом вуглецю «виділяє» на кожен зв'язок один з своїх валентних електронів. Кожен з сусідніх атомів також «виділяє» по одному електрону на кожен зв'язок. Отже, всі валентні електрони атомів вуглецю беруть участь у зв'язку і кожен валентний електрон міцно утримується між двома атомними залишками.

Ковалентні сили забезпечують найміцніший зв'язок атомів у єдину кристалічну решітку. Тому атомні кристали характеризуються великою твердістю, високою температурою плавлення і великою теплою випаровування.

Металеві кристали. Характерною ознакою металів є наявність слабо зв'язаних (вільних) електронів. Саме цим пояснюються високі електро- й теплопровідність, значна пластичність. Кристалічна решітка металів утворюється додатними іонами металу, які містяться в її вузлах. Оскільки між позитивно зарядженими іонами діють сили відштовхування, то, здавалося б, така решітка має розсіпатися. Стійкість металевої решітки пояснюється тим, що атоми металів легко втрачають зовнішні електрони, які рухаються в об'ємі всього металу, утворюючи своєрідний електронний газ. Ці спільні для всього кристалу електрони і створюють необхідні зв'язки, які формують кристалічну решітку металу. Таким чином, електрони та додатні іони металу взаємно зв'язують одні одних; електрони не можуть залишити метал завдяки притяганню до позитивно заряджених атомів металу, а кристалічна решітка, утворена з цих атомів, є надійною структурою

завдяки зв'язуючій дії «електронного газу».

Іонні кристали. У вузлах решітки іонних кристалів містяться позитивно та негативно заряджені іони. Сили взаємодії між ними переважно електростатичні. Наприклад, у кристалах кухонної солі $NaCl$ – атом натрію легко втрачає один електрон, який приєднується до атома хлору. Таким чином, утворюється два іони із зарядами протилежних знаків, які розміщуються у вузлах кристалічної решітки так, що відстань між протилежно зарядженими іонами менша, ніж між однойменно зарядженими (рис.1.7,б). У таких кристалах електричні сили притягування між іонами переважають сили відштовхування та утримують їх у вузлах решітки. Крім кухонної солі, типовими іонними кристалами є KCl , CaF_2 , LiF та інші.

Іонні кристали слабо розширюються при нагріванні та мають

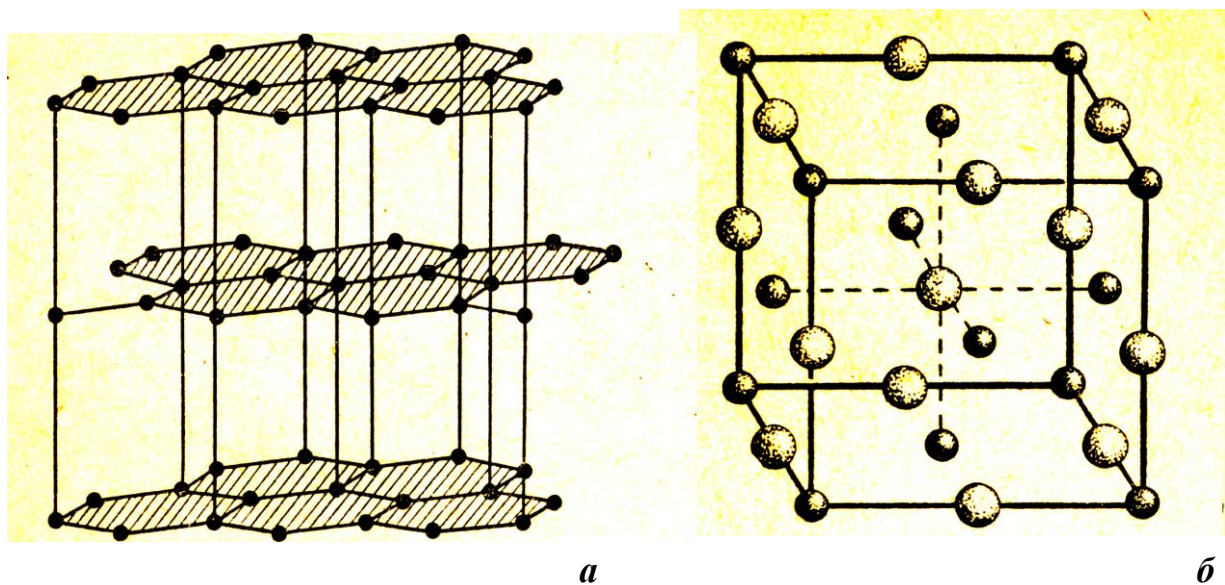


Рис. 1.7. Розташування вузлів атомного кристалу C (а) та іонного кристалу $NaCl$ (б).

високу температуру плавлення, що свідчить про значну міцність іонного зв'язку. Чим більший заряд іона, тим вища температура плавлення іонного кристалу.

Молекулярні кристали. У вузлах решітки молекулярних кри-

сталів містяться молекули речовини, зв'язок між якими забезпечується силами молекулярної взаємодії. Внаслідок того, що ці сили слабкіші від сил іонного і ковалентного зв'язку, молекулярні кристали менш міцні. Суттєво відрізняються й інші фізичні характеристики молекулярних кристалів: вони плавляться при відносно низькій температурі (усі молекулярні гази – гелій, водень, кисень, азот), мають великі коефіцієнти термічного розширення, малу теплоту сублімації, що забезпечує легке випаровування (CO_2 , нафталін тощо). Більшість молекулярних кристалів при нормальній температурі – діелектрики.

1.1.3. Кристалографічні позначення

Для опису властивостей симетрії різних типів кристалів використовуються методи, розроблені в кристалографії для систематизації відомостей про окремі елементи та сполуки. Одне з найбільш важливих завдань кристалографії полягає в тому, щоб описати напрями в просторі. Так, в деяких випадках виникає необхідність у визначенні напрямку окремих атомних рядів. Простий метод вирішення цих завдань заснований на застосуванні векторних позначень. Оскільки найбільш поширеними є елементарні комірки кубічної форми, опишемо цей метод стосовно куба.

Нехай проекції вектора на осі x , y , z елементарного куба є деякими числами x_0 , y_0 і z_0 . Ці проекції зручно вимірювати в одиницях довжини ребра куба a . Тоді знайдеться таке число (наприклад, r), що відношення x_0/r , y_0/r та z_0/r складуть ряд найменших цілих чисел, пропорційних цим проекціям. Ці величини називаються *індексами напрямів*. Їх можна позначити як u , v та w відповідно. Розглянемо як приклад вектор, проекції якого на осі координат дорівнюють $x_0=3a$,

$y_0=4a$, $z_0=2,5a$. Розділимо ці числа на $0,5a$ (тобто $r=0,5a$). Тоді одержимо числа: 6, 8 і 5. Вони відносяться одне до одного так само, як початкові розміри проекцій, і в той же час є послідовністю з найменших цілих чисел, що мають цю властивість. Тому отримані числа – це *індекси вихідного вектора*.

Для зручності індекси напрямів поміщують у квадратні дужки $[u \ v \ \omega]$. Від’ємні значення проекцій на будь-яку координатну вісь мають від’ємний індекс і відзначаються рискою над відповідним індексом. Наприклад: $[u\bar{v}\omega]$, $[\bar{u}v\bar{\omega}]$ тощо. Напрями, еквівалентні за характером симетрії відносно усіх трьох координатних осей, утворюють групу. Індекси цих напрямів записують разом і беруть в кутові дужки: $\langle u \ v \ \omega \rangle$.

Приклади. Вісь $+x$ має індекси $[100]$, вісь $-x$ – індекси $[\bar{1}00]$; індекси осі $+y$ – $[010]$, а $-y$ – $[0\bar{1}0]$. Діагональ грані xu позначається індексами $[110]$, а грані xz – $[101]$. Діагональ куба в позитивному квадранті має індекси $[111]$, а в протилежному напрямі $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$. Вісім діагоналей куба $[111]$, $[\bar{1}11]$, $[1\bar{1}1]$, $[11\bar{1}]$, $[\bar{1}\bar{1}1]$, $[\bar{1}1\bar{1}]$, $[1\bar{1}\bar{1}]$, $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$ позначаються як група $\langle 111 \rangle$; усі вони одержуються перестановкою індексів ± 1 .

Ця система позначень дуже проста. Вона має усі переваги векторного запису, окрім одного: в ній не фігурує величина самого вектора, яка скорочується під час приведення проекцій до цілих чисел. Ця втрата не така вже серйозна, оскільки у разі потреби можна обчислити відстані в будь-якому напрямі.

Набір паралельних атомних площин можна охарактеризувати за допомогою трьох чисел – *індексів Міллера* для площини. Ці числа пов’язані з довжиною відрізків, що відсікаються площиною на осях ко-

ординат. Нехай одна з площин цієї серії проходить через початок координат. Допустимо, що сусідня площина відсікає на осях відрізки x_1 , y_1 , z_1 , виміряні в одиницях довжини ребра куба (рис. 1.8). Тоді існує таке число s , яке при множенні на обернені значення цих відрізків дає ряд найменших цілих чисел, що відносяться одне до одного як $1/x_1$, $1/y_1$, $1/z_1$. Введемо позначення: $h = \frac{s}{x_1}$, $k = \frac{s}{y_1}$ і $l = \frac{s}{z_1}$. Числа h , k , l називаються індексами Міллера для площини; вони записуються в круглих дужках: $(h \ k \ l)$.

Розглянемо як приклад площину, яка перетинається з осями координат в точках $x_1=0,5a$, $y_1=1,25a$, $z_1=1,5a$. Зворотні значення цих дробів можна привести до цілих чисел, якщо вибрати $s=7,5a$. Тоді

$$h = \frac{7,5a}{0,5a} = 15, \quad k = \frac{7,5a}{1,25a} = 6, \quad l = \frac{7,5a}{1,5a} = 5.$$

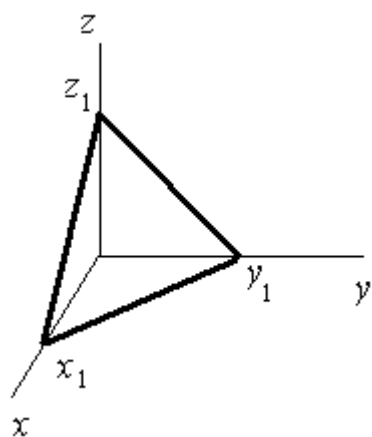


Рис.1.8. Перетин довільно обраною площиною осей прямокутної системи координат.

Ця площина позначається $(15, 6, 5)$, тобто індекс площини великий в порівнянні з індексами граней куба.

Відносно індексів площин діють ті ж загальні правила, що й для індексів напрямів. Від'ємні індекси означають площини, пересічні з негативними напрямками координат. Площина з негативним x записується $(\bar{h} \ k \ l)$. У площин

кристала, еквівалентних за характером симетрії, індекси беруться у фігурні дужки: $\{hkl\}$. Наприклад, площини $\{111\}$ охоплюють групу: (111) , $(\bar{1}11)$, $(1\bar{1}1)$, $(11\bar{1})$, $(\bar{1}\bar{1}1)$, $(1\bar{1}\bar{1})$, $(\bar{1}1\bar{1})$.

Відмітимо декілька характерних особливостей цієї схеми стосовно кубічних систем.

1. У паралельних однаково орієнтованих площин індекси однакові (hkl). Аналогічне правило справедливе і відносно індексів напрямів: у паралельних атомних рядів індекси однакові $[u\ v\ \omega]$.
2. Площина, паралельна одній з координатних осей, має індекс 0 для цього напрямку.
3. Площина, що проходить через початок координат, записується за допомогою індексів паралельної площини, яка відсікає на осях відрізки кінцевої довжини.

Приклади. Грань куба, перпендикулярна осі x , записується індексами (100). Площини цього типу зображені на рис.1.9, *а*. Площини, перпендикулярні осі y , мають індекси (010) (рис. 1.9, *б*). Площини, що відсікають однакові відрізки на усіх трьох осях, – це площини (111) (рис. 1.9, *в*). Індекси (110) визначають площини, які паралельні осі z і відсікають рівні відрізки на осях x і y (рис. 1.9, *г*). Деякі площини можуть перетинатися з однією або двома негативними осями. Наприклад: сімейство паралельних площин (рис. 1.9, *д*). Нарешті, на рис. 1.9, *е* показані площині (112).

Позначення площин індексами Міллера особливо зручно для кубічних систем. Відзначимо основні переваги:

- 1) Легко розрахувати кут θ між двома кристалографічними напрямками $[u_1\ v_1\ \omega_1]$ та $[u_2\ v_2\ \omega_2]$. Для цього використовують рівняння:

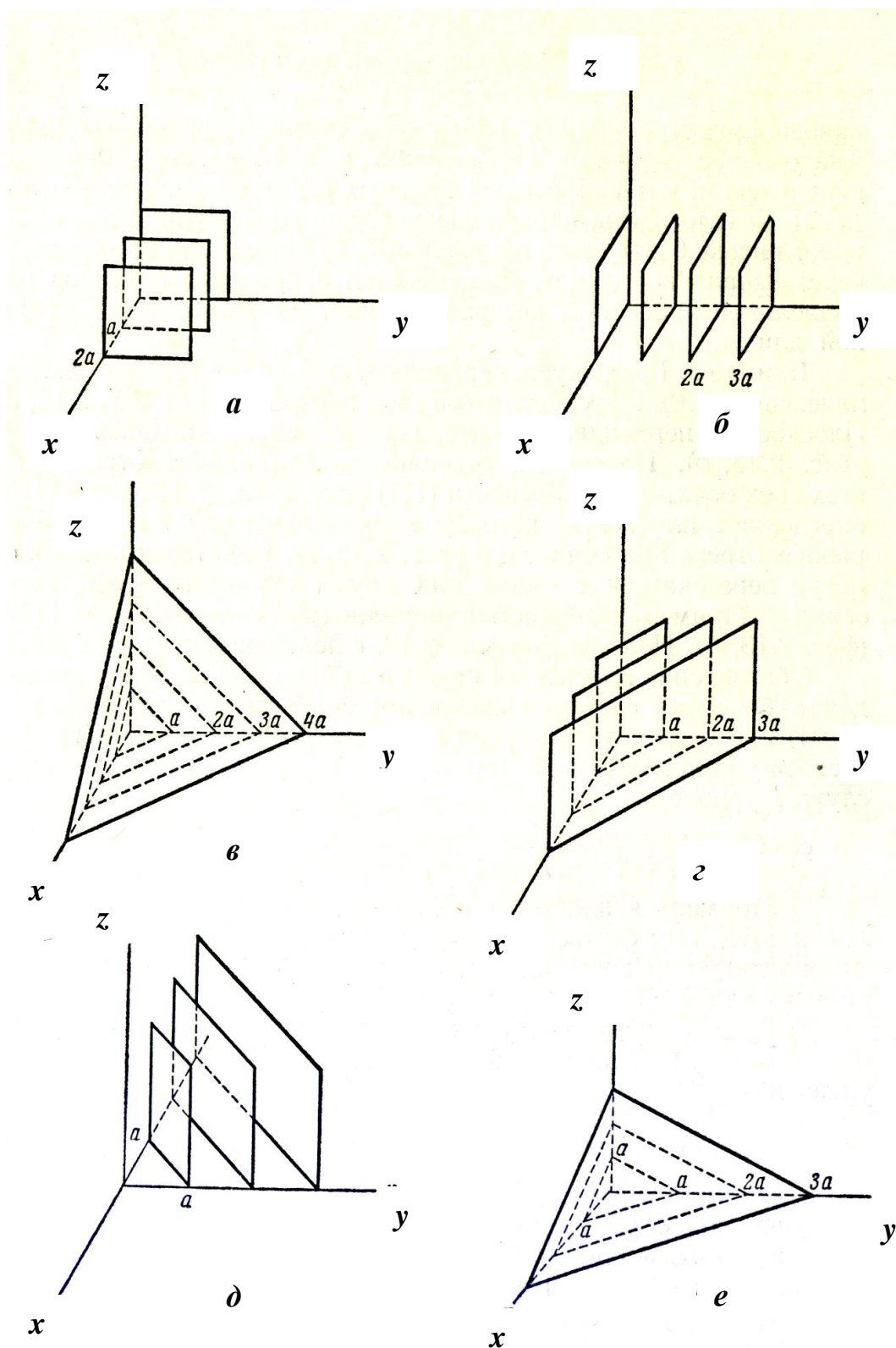


Рис.1.9. Приклади кристалографічних площин в кубічній структурі: $\{100\}$ (a), $\{010\}$ (б), $\{111\}$ (в), $\{110\}$ (г), $\{1\bar{1}0\}$ (д), $\{112\}$ (e).

$$\cos \theta = \frac{u_1 u_2 + v_1 v_2 + \omega_1 \omega_2}{\sqrt{(u_1^2 + v_1^2 + \omega_1^2)(u_2^2 + v_2^2 + \omega_2^2)}}. \quad (1.1)$$

2) Нормаль до площини з індексами (hkl) лежить в напрямку $[hkl]$. Ця відповідність надзвичайно полегшує обчислення кутів між площинами, оскільки дозволяє застосовувати безпосередньо для цієї мети рівняння (1.1).

3) Відстань d між сусідніми площинами з індексами (hkl) можна визначити в одиницях довжини ребра куба a за рівнянням:

$$d = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}} \quad (1.2)$$

Відстані між площинами з великими індексами малі, порівняно з відстанями між площинами, що мають малі індекси. У площин з малими індексами вища щільність розташування атомів (кількість атомів на одиницю площі), ніж у площин з великими індексами. При визначенні фізичних і хімічних властивостей твердого тіла в більшості випадків найбільш важливі площини з невеликими індексами. Так, площини з індексами більше 3 розглядаються дуже рідко.

1.1.4. Дефекти кристалів

Механічні дослідження дії розтягувальних та стискувальних зусиль, прикладених до металу, свідчать, що при незначних зусиллях у кристалі виникає пружна деформація, а після зняття дії сили кристал повертається до початкових розмірів. Як відомо, при цьому справедливий закон Гука. Проте, коли напруга, що прикладається, перевищує межу пружності, то кристал зазнає пластичної деформації. Цей процес необоротний, а як наслідок – має місце зміна форми кристалу навіть після зняття навантаження. Теоретично доведено, що допу-

стимі зміщення атомів у кристалічній решітці внаслідок зовнішніх зусиль повинні бути значно більшими, ніж ті, що відповідають межі пружності. Аналогічно, теоретична міцність кристалічних тіл – набагато більша від експериментальної. Ці протиріччя змусили вчених у галузі кристалографії припустити, що реальні кристали недосконалі та мають якісь дефекти, що знижують їхню міцність. Це вдалося довести, використовуючи рентгенівські промені.

У реальному кристалі завжди є дефекти внутрішньої будови. Дефекти кристалічної будови поділяють за геометричними ознаками на точкові, лінійні та поверхневі.

Точкові дефекти утворюються внаслідок того, що окремі атоми, набувши достатньої енергії, залишають вузол кристалічної решітки й

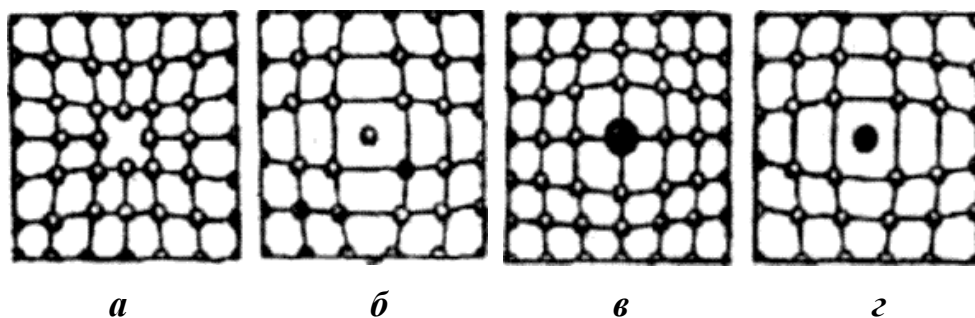


Рис. 1.10. Схеми утворення точкових дефектів: вакансія (*a*), міжвузловий атом (*б*); сторонній атом у вузлі решітки (*в*); сторонній атом між вузлами решітки (*г*) [13].

переходять у простір між вузлами (рис. 1.10, *б*) або залишають кристал взагалі (рис.1.10, *a*). Такі точкові дефекти називають відповідно: міжвузловими атомами, або дефектами Френкеля та вакансіями, або дефектами Шоттки. Обидва види дефектів спричиняють зміщення сусідніх атомів відносно їх нормального положення, викликають порушення правильності будови решітки. Навіть найчистіші речовини мають незначну кількість домішок іншої речовини. Точкові дефекти

можуть утворюватись у тому разі, коли сторонні атоми займають деякі місця у вузлах кристалічної решітки (рис.1.10, *в*), або якщо сторонній атом осідає між вузлами решітки (рис.1.10, *з*). Точкові дефекти здатні впливати на деякі фізичні властивості металів (електропровідність, магнітні властивості тощо), від їхньої кількості залежить швидкість дифузії у металах та сплавах.

Лінійні дефекти мають малі розміри у двох вимірах та значну протяжність у третьому вимірі. Ці дефекти називають дислокаціями. В основному розрізняють два типи дислокацій: прості, або лінійні та спіральні, або гвинтові. Дислокації являють собою геометричне порушення типу зсуву атомних площин у кристалі. У випадку лінійної дислокації зсув відбувається вздовж плоскої поверхні (рис. 1.11, *а*), а у випадку гвинтової — зсув йде за гвинтовою поверхнею (рис. 1.11, *б*).

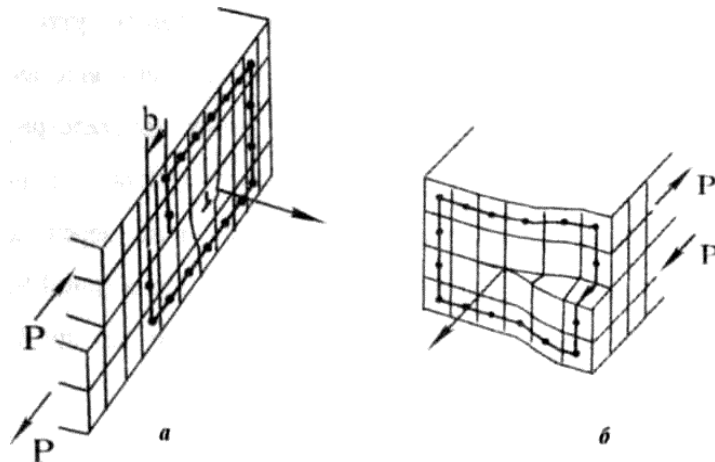


Рис. 1.11. Схема утворення дислокацій у кристалі при дії зовнішньої сили **P** лінійна (*а*): гвинтова (*б*).

Дислокації оточені полями пружних напруг, що викликають спотворення кристалічної решітки. Енергія спотворення решітки є однією з найважливіших характеристик дислокацій будь-якого типу.

Важливою характеристикою дислокацій є їхня густина — це сумарна довжина дислокації, що припадає на одиницю об'єму кристалу. Густина дислокацій визначається експериментально (з допомо-

гою мікроскопа) підрахунком числа виходів дислокацій на одиниці площі поверхні після хімічного травлення досліджуваної поверхні спеціальними травниками.

Поверхневі дефекти достатньо малі лише в одному вимірі. Вони являють собою поверхні розділу між окремими зернами або блоками полікристалічного металу. Зерна частіше розорієнтовані одне відносно одного на певний кут. У межах кожного блоку решітка майже ідеальна, якщо не враховувати точкові спотворення. Розміри зерен і блоків істотно впливають на властивості металів. Границі між окремими зернами (кристалітами) утворюють перехідну ділянку шириною у декілька міжатомних відстаней, в якій решітка одного кристалу, що



Рис. 1.12. Блочна структура металу: схема зерна й блочної структури (а), реальна блочна структура металу під мікроскопом (б), дислокаційна структура границь блоків (в) [11].

має певну кристалографічну орієнтацію, переходить у решітку другого кристалу з іншою кристалографічною орієнтацією. Тому на межі зерен атоми розташовані менш упорядковано, ніж в об'ємі зерна (рис. 1.12). Уздовж границь зерен концентруються й домішки, що ще більше порушує правильний порядок розташування атомів.

1.2. Динаміка кристалічної решітки

1.2.1. Класифікація матеріалів за забудовою електронних оболонок

Атом – складноупорядкована система, що містить електрони, протони і нейтрони. З погляду визначення електричних, фізичних і хімічних властивостей матеріалів найбільш важливими є знання про впорядкованість електронів, тобто про структуру електронної оболонки атома. Впорядкованість нейтронів і протонів в ядрі дуже мало впливає на найважливіші властивості матеріалів.

Електрони в електронній оболонці розташовуються так, що енергетичний стан кожного з них характеризується набором чотирьох квантових чисел. При цьому відповідно до принципу Паулі в електронній оболонці не може бути двох електронів з однаковими квантовими числами. Квантові числа та енергія електронів можуть приймати лише дискретні значення.

Електронна оболонка кожного атома складається з певного числа шарів, причому кожен шар відповідає певному значенню *головного квантового числа n* . Це число може набувати значень натуральних чисел 1, 2, 3 і так далі. Іноді ці шари позначаються літерами ***K, L, M*** і так далі

Друге квантове число (або орбітально-квантове число) може набувати значень 0, 1, 2, 3... ($n-1$), де n значення головного квантового числа. Електрони на цих орбітах перебувають в енергетичних станах, які позначаються літерами ***s, p, d, f***. Електрони на орбітах можуть відрізнятися лише значенням третього квантового числа m — *магнітного орбітального квантового числа*, яке може приймати значення 0, ± 1 , ± 2 , ..., $\pm l$ (де l - значення другого квантового числа), або значенням

четвертого квантового числа m_s , яке може приймати значення $\pm 1/2$ і називається *спіновим квантовим числом* чи спіном.

Від структури електронної оболонки атомів залежать багато властивостей речовин. Вирішальний вплив мають зовнішні, найбільш віддалені від ядра електрони. Ці електрони слабкіше інших пов'язані з ядром і називаються *валентними електронами*. Шар, в якому знаходяться ці електрони, називається *валентним шаром*. Кількість електронів у цьому шарі визначає валентність елементу і його здатність з'єднуватися з іншими елементами.

Хімічні елементи, атоми яких мають у валентному шарі мало електронів (від 1 до 3), є *металами* та відрізняються великою питомою електричною провідністю. Це пояснюється тим, що ці електрони в металі відносно вільні, не пов'язані ні з одним атомом жорстко і можуть вільно переміщатися між позитивними іонами, котрі утворюють кристалічну решітку металу. Під дією зовнішнього електричного поля рух електронів стає спрямованим і виникає електричний струм.

Елементи, у яких валентний шар повністю зайнятий електронами, сильно пов'язаними зі своїми атомами, є *діелектриками*.

Між цими двома крайніми випадками існує ряд речовин, які мають проміжні властивості. Більшість з них є *напівпровідниками*.

Із структурою електронної оболонки атомів пов'язані й магнітні властивості тіл. Матеріали, у яких в електронній оболонці однакова кількість електронів з позитивними і негативними спінами, тобто магнітні моменти яких компенсуються, є *діамагнетиками*. Решта матеріалів, у яких магнітні моменти не компенсуються, є *парамагнетиками*. Інколи в інтервалі температур, нижчих за так звану *точку Кюрі*, під дією магнітного поля відбувається паралельна орієнтація магніт-

них моментів. Такі матеріали *називаються феромагнетиками*. У деяких випадках при температурі, нижчій за точку Кюрі, може відбуватися й антипаралельна орієнтація магнітних моментів. Такі матеріали називаються *антиферомагнетиками*. При температурі вище точки Кюрі як феромагнітні, так і антиферомагнітні матеріали поведуться як парамагнетики. Для атомів феромагнітних елементів типово, що в їх електронній оболонці є не повністю зайнятий внутрішній шар, на якому існують електрони з некомпенсованими спіновими магнітними моментами.

1.2.2. Пружні коливання атомів. Фонони

Кристалічну решітку твердих тіл прийнято зображати умовною моделлю впорядкованої періодичної структури (наприклад, рис. 1.3). Насправді така модель досить спрощена: вона не передбачає взаємодію та рух структурних складових. Звичайно, атоми твердих тіл настільки сильно впливають один на одного, що практично позбавлені можливості переміщуватися. Однак, якщо кристал перебуває при деякій температурі, то складові його атоми, відповідно до положень молекулярно-кінетичної теорії речовини, зобов'язані здійснювати рух. Але через те, що атоми (іони чи молекули) не в силах розірвати зв'язки з найближчими сусідами, вони «приречені» здійснювати тільки коливальні рухи в трьох площинах.

Атоми рухаються завжди, причому чим вища температура, тим більша амплітуда їхніх коливань. Але, мабуть, найістотніша відмінність атома, від звичайного класичного маятника полягає в тому, що атом може змінювати свою енергію лише порціями, *квантами*. А, отже, енергія атома квантується, змінюється порціями, величина яких $\Delta E = h\nu$, де h – стала Планка, ν – частота коливань атома. Таким чи-

ном, послідовність значень енергії, яку може набувати атом, що коливається відносно положення рівноваги, утворює як би «енергетичну драбинку», сходинки якої розташовані одна від одної на відстані ΔE . Квантованість поглинання енергії атомом суттєво впливає на характер руху як окремого атома, так і на загальний стан твердого тіла, що складається з сукупності атомів.

З класичної точки зору амплітуда коливань атомів при зменшенні температури зменшуватиметься, а при $T = 0$ К атоми й зовсім зупиняться. З точки ж зору квантових законів виявляється, що навіть при температурі, що дорівнює абсолютному нулеві, атоми в твердому стані речовини здійснюють коливання, які називають *нульовими коливання атомів*.

Нульові коливання атомів відбуваються й при іншій, вищій температурі, одночасно із звичайними коливаннями і виявляють себе в багатьох фізичних явищах, головним чином в так званих *квантових кристалах*, у яких амплітуда нульових коливань близька до міжатомної відстані і навіть перевищує її. Це кристали, для яких характерна мала енергія зв'язку й існують вони в інтервалі низьких температур.

Колективні коливання величезного числа частинок, складових твердого тіла, – це те ж саме, що й хвилі певної довжини в твердому тілі, наприклад, механічні (звукові) хвилі. Якщо вивести будь-який атом з положення рівноваги, то збурення поширюватиметься тілом зі

швидкістю
$$v = \lambda \nu = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (1.3)$$

де λ – довжина хвилі, ν – частота коливань, G – коефіцієнт жорсткості або модуль об'ємної пружності, ρ – густина.

Використання макроскопічного підходу до опису поширення

хвиль правомірне за умови, якщо довжина хвиль набагато більша міжатомної відстані. Експериментальні значення, наприклад, для металів дають величину $v \sim 1500\text{--}5000$ м/с, оцінювальна частота коливань при 300 К – $\nu = 10^9$ Гц, отже $\lambda = 1,5\text{--}6$ мкм, що у десятки тисяч разів перевищує міжатомні відстані.

Проте, внаслідок анізотропії кристалічних речовин швидкість поширення хвиль у них буде залежати від напрямку руху. Окрім цього, як відомо, у твердих тілах можуть розповсюджуватись як поздовжні, так і поперечні хвилі, швидкість яких менша від швидкості поздовжніх. (Зазвичай, швидкість поздовжніх v_x та поперечних хвиль v_y в кристалах визначають за формулами: $v_x = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ та $v_y = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$, де E та G – модулі поздовжньої та поперечної пружності).

Водночас можливий і мікроскопічний підхід, оскільки будь-яку хвилю можна розглядати як потік квантів. У світлової хвилі це *фотони*, а у звукової – *фонони*. Фотони – реальні частинки, цілком рівноправні з іншими елементарними частинками. Фонони – квазічастинки. Справжню матеріалізовану частинку можна було б вилучити з кристала, фонон же з кристала "вийняти" не можна, оскільки фонон – це рух атомів кристалу.

Однак, фонон, як будь-який квант, володіє енергією

$$\Delta E_{\phi} = h\nu_{\phi} \quad (1.4)$$

та квазіімпульсом
$$p_{\phi} = \frac{h}{\lambda} = \hbar\omega_{\phi}, \quad (1.5)$$

де $\omega_{\phi} = 2\pi\nu$, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$.

Якщо кристал складається із N елементарних комірок, кожна із яких містить по n атомів, то загальна кількість ступенів вільності для

такого кристалу буде дорівнювати числу ступенів вільності сукупної кількості частинок, що утворюють кристал за виключенням трьох ступенів вільності, що характеризують поступальний рух та трьох ступенів вільності, що відповідають обертальному рухові кристалу в цілому, тобто $i = 3nN - 6$. Оскільки в 1 м^3 твердої речовини міститься $\sim 10^{28}$ атомів, то $3nN \gg 6$, а тому $i \approx 3nN$. (1.6)

Ймовірність кількості коливань атомів у кристалі саме і визначається числом ступенів вільності. Це так звані *нормальні коливання* або *моди*. Як зрозуміло, у довільному кристалі можливе існування величезної кількості нормальних коливань, причому кожне із них відбувається незалежно від усіх інших. А будь-який рух атомів у кристалі, який не порушує його мікроструктури можна подати у вигляді суперпозиції мод.

З цієї точки зору тверде тіло можна уподобити ящику, заповненому *фононним газом* – газом квазічастинок. Фонони, як частинки звичайного газу, рухаються від стінки до стінки, стикаючись один з одним і з електронами. Цим обумовлюється зв'язок між електричним опором і коливаннями атомів. Електрони, в свою чергу, розсіюються на фононах, що збуджуються при тепловому русі кристалічної решітки. Фононів тим більше, чим інтенсивніший тепловий рух атомів, тобто чим вища температура. Отже, якщо опір рухові електрона спричинений зіткненнями електронів з фононами, то він також повинен бути пропорційним температурі.

1.2.3. Коливання атомів одновимірного кристалу

Щоб з'ясувати головні риси лінійних коливань кристалічної решітки, розглянемо найпростіший випадок одновимірного кристалу –

одновимірний ланцюжок атомів (рис.1.13). Нехай період цього ланцюжка дорівнює a , маса кожного атома – m . Тоді в стані рівноваги координата n -го атома ланцюжка дорівнює na .

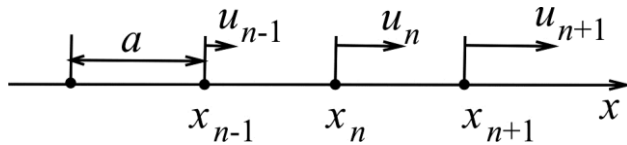


Рис.1.13. Одномірний ланцюжок з одним атомом в елементарній комірці.

Позначимо через u_n зміщення n -го атома з положення рівноваги. Вважатимемо, що атоми взаємодіють лише з найближчими сусідніми атомами.

Сила, з якою $(n+1)$ -й атом діє на n -й залежить від різниці зміщень цих двох атомів $u_{n+1}-u_n$. При невеликих зміщеннях цю силу можна прийняти пропорційною різниці зміщень: $F_{n,n+1} = \beta(u_{n+1}-u_n)$, де β – коефіцієнт пропорційності. У цій моделі зручно уявити, що атоми пов'язані один з одним пружинками з жорсткістю β . На рис. 1.10. пружинка між n -м і $n+1$ -м атомами розтягнута, так що вона діє на n -й атом у позитивному напрямку. Розтягнута пружинка між $n-1$ -м і n -м атомом діє на n -й атом в протилежному напрямі: $F_{n,n-1} = \beta(u_n-u_{n-1})$.

Запишемо другий закон Ньютона для n -го атома ланцюжка:

$$m \frac{d^2 u_n}{dt^2} = F_{n,n+1} + F_{n,n-1} = \beta(u_{n+1} - u_n) + \beta(u_n - u_{n-1}) = \beta(u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n). \quad (1.7)$$

Якщо розглядати лише довгохвильові коливання, тобто коливання з довжиною хвилі набагато більшою періоду ланцюжка a , то різницю

$(u_n - u_{n-1})$ та $(u_{n+1} - u_n)$ можна замінити на $\frac{\delta u_n}{\delta x} \cdot a$, а всю праву частину –

на $\beta \frac{\delta^2 u_n}{\delta x^2} \cdot a^2$. У результаті отримаємо хвильове рівняння:

$$\frac{\delta^2 u}{\delta t^2} = a^2 \frac{\beta}{m} \cdot \frac{\delta^2 u}{\delta x^2}, \quad (1.8)$$

частинним розв'язком якого є рівняння хвилі

$$u = A \cdot \exp[i(kx - \omega t)] \quad (1.9)$$

з лінійним законом дисперсії $\omega = v k$. Тут $v = a \sqrt{\frac{\beta}{m}}$ – швидкість хвилі, k – хвильовий вектор.

Важливою властивістю закону дисперсії є те, що частота хвиль, що розповсюджуються ланцюжком, обмежена деякою максимальною частотою. Щоб оцінити цю частоту, треба знати порядок величини постійної β .

Оцінимо розмірність β . Сила F дорівнює добутку β на зміщення

$$u, \text{ тому: } [\beta] = \left[\frac{F}{u} \right] = \left[\frac{F \cdot a}{u \cdot a} \right] = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2} \right].$$

Характерна довжина – міжатомна відстань a має порядок 10^{-10} м, характерна енергія — енергія, якої набуває атом при зміщенні на відстань порядку a , – може бути оцінена як енергія хімічного зв'язку, який за порядком величини рівний 10 еВ. Таким чином:

$$\beta \approx \frac{10 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{(10^{-10})^2} = 1,6 \cdot 10^2 \text{ (Дж/м}^2\text{)}. \text{ За оцінювальне значення маси вузла}$$

решітки можна прийняти масу протона $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг. Отже,

$$v = a \sqrt{\frac{\beta}{m}} \approx 10^{-10} \sqrt{\frac{1,6 \cdot 10^2}{1,67 \cdot 10^{-27}}} \approx 3 \cdot 10^4 \text{ (м/с)}. \text{ Але } v = \lambda \nu, \text{ де } \nu \approx 10^9 \text{ Гц, от-}$$

$$\text{же } \lambda = \frac{v}{\nu} \approx \frac{3 \cdot 10^4}{10^9} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ (м)} = 30 \text{ мкм.}$$

Одержаний результат довжини хвилі на порядок більший, ніж у попередньому випадку (п.1.2.2), але важливо, що $\lambda \gg a$. Як бачимо, довгі пружні хвилі у кристалах «не відчують» дискретної структури ланцюжка, тобто ланцюжок поводить ся як безперервне пружне середовище. З цієї причини швидкість хвилі залежить тільки від макрос-

копічних характеристик ланцюжка: лінійної густини елементів і коефіцієнта пружності. Такі хвилі у кристалах прийнято називати *акустичними*, а квазічастинки – *акустичними фононами*.

При квантовомеханічному описі кожному коливанню відповідає квазічастинка з вище зазначеними імпульсом та енергією.

Оцінімо енергію акустичного фонона в одновимірному ланцюжку: $E_{\phi} \approx 6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 10^9 = 6,6 \cdot 10^{-25} \text{ (Дж)} \approx 4 \cdot 10^{-6} \text{ eV}$. Ця величина набагато менша більшості характерних електронних енергій ($\sim 1 \text{ eV}$), але якщо розглянути інтервал частот, для яких енергія фононів стає порівняною з тепловою енергією, то відповідно

$$\nu_{\phi} = \frac{kT}{h} \approx \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{6,6 \cdot 10^{-34}} \approx 6,3 \cdot 10^{12} \text{ (Гц)},$$
 тоді й енергія зростає на три порядки і може бути порівняною з тепловою енергією при кімнатній температурі $\sim 0,025 \text{ eV}$.

Теорія теплових пружних хвиль в кристалах була розроблена голандським фізиком Дебаєм 1912 року. Відповідно до неї, властивості твердого тіла визначаються не лише властивостями його частинок та квазічастинок, але й характером *нульового руху*. Під нульовим рухом розуміється найнижчий енергетичний стан тіла при 0 К. Сукупність динамічних властивостей квазічастинок в кристалі та характер його основного стану пов'язані з *енергетичним спектром* твердого тіла. Енергетичний спектр фононів можна встановити, вивчаючи непружне розсіяння повільних (теплових) нейтронів на фононах решітки.

Дискретність дебаєвських теплових хвиль проявляється при температурах, нижчих характеристичної температури Дебая θ_D , яка визначається співвідношенням $\theta_D = \frac{h\nu_{max}}{k}$, де ν_{max} – максимальна частота

та теплових коливань частинок, притаманих даному твердому тілу, k – стала Больцмана.

Фізичний зміст характеристичної температури θ_D можна пояснити так. Із класичної теорії газових теплоємностей відомо, що середня кінетична енергія теплового руху молекули, що припадає на одну ступінь вільності, дорівнює $\frac{1}{2}kT$. У коливальному тепловому русі вузлів кристалічної решітки середнє значення кінетичної та потенціальної енергії однакові, тому повна енергія, що припадає на одну ступінь вільності, буде дорівнювати kT . Коли середня енергія, що припадає на одну ступінь вільності, буде значно перевищувати максимальну енергію фононів ($h\nu_{max}$), тоді можуть виникати коливання будь-яких можливих для даного твердого тіла частот, і квантовий характер теплових хвиль не проявляється. Якщо ж енергія kT при низьких температурах стає меншою від енергії фононів максимальної частоти $h\nu_{max}$, тоді високочастотні коливання не можуть бути збуджені. Таким чином, температурним рубежем, нижче якого проявляється квантовий характер теплових хвиль, є *характеристична температура Дебая*.

Дебаєвська температура залежить від величини сил зв'язку між вузлами кристалічної решітки та являється параметром твердого тіла, який фігурує в описі ряду фізичних властивостей твердого тіла – теплопровідність, електропровідність та інші.

Питання для самоперевірки

1. Які речовини називаються кристалічними та аморфними?
2. У чому різниця між моно- та полікристалом?
3. Що таке період кристалічної решітки?
4. Назвіть сім класів симетрії, що характеризують просторові елементарні комірки.

5. Чим відрізняється об'ємноцентрована кристалічна решітка від гра-
нецентрованої?
6. Поясніть сутність операції симетрії.
7. Поясніть властивість поліморфізму кристалічних тіл.
8. За рахунок яких типів міжатомних взаємодій утворюються тверді ті-
ла?
9. Чому атомні кристали з ковалентними зв'язками характеризуються
великою твердістю та значною температурою плавлення?
10. Чи пов'язана температура плавлення іонного кристалу із зарядом ві-
дповідного іона?
11. За рахунок чого утворюються зв'язки між окремими структурними
елементами в металевих кристалах?
12. Назвіть відомі Вам молекулярні кристали.
13. Поясніть поняття «точковий дефект».
14. Які види точкових дефектів кристалів Ви знаєте?
15. Що таке дислокації? густина дислокацій?

Задачі до розділу 1

1. Скільки атомів припадає на одну елементарну комірку: а) для кубіч-
ної сингонії?; б) для об'ємноцентрованої решітки ромбічної сингонії?
в) базоцентрованої решітки ромбічної сингонії?
2. Знайдіть кількість елементарних комірок кристалу об'ємом 1 см^3 :
а) хлориду натрію (елементарна кубічна решітка) б) міді (гранецент-
рована кубічна сингонія).
3. Знайдіть густину стронцію, якщо відомо, що він кристалізується в
гранецентрованій кубічній решітці з параметром решітки $0,43 \text{ нм}$.
4. Кристал кадмію має щільноупаковану гексагональну структуру з по-
стійними $a = 2,97 \text{ \AA}$ та $c = 5,61 \text{ \AA}$. Знайдіть густину кадмію.
5. Яку постійну кристалічної решітки та відстань між найближчими
сусідніми атомами має кристал гранецентрованої кубічної сингонії
кальцію?
6. α -залізо має кубічну об'ємноцентровану структуру з $a = 2,86 \text{ \AA}$, а $\gamma\text{-Fe}$
– кубічну структуру з центрованими гранями при $a = 3,56 \text{ \AA}$. Як при
цьому змінюється густина заліза?
7. Знайдіть в кубічній решітці кут між прямою $[111]$ та площиною
(111).
8. Площина в кубічній решітці задається індексами Міллера (011), а
напрямок прямої – індексами $[111]$. Знайдіть кут між даними прямою
та площиною.
9. Знайдіть енергію фонона для деякого кристалу, що відповідає мак-

симальній частоті Дебая, якщо характеристична температура Дебая дорівнює 250 К.

10. Знайдіть максимальну енергію фононів, що розповсюджуються вздовж ланцюжка уявного одномірного кристалу з відстанню між атомами 0,32 нм, якщо усереднена швидкість звуку в такому кристалі дорівнює 4,8 км/с.

2. Елементи зонної теорії твердого тіла

Для встановлення властивостей кристала необхідно знати характер взаємодії всіх його структурних елементів: атомів, іонів, молекул, атомних ядер, електронів. Зрозуміло, що точно описати таку взаємодію надзвичайно складно. Пам'ятаючи, що для вивчення фізичних властивостей кристалів насамперед треба мати відомості про стан валентних електронів у кристалі, слід розуміти, що це значно спрощує дану задачу, хоча й не дає можливості розв'язати її точно. Це так звана багатоелектронна задача, яку зводять до задачі про рух одного електрона у періодичному полі – усередненому і узгодженому полі всіх ядер та електронів.

2.1. Рівняння Шредінгера для кристала

Будь-яке тверде тіло є сукупністю великої кількості атомних ядер й електронів. Для визначення стаціонарних станів і енергетичного спектра такої системи частинок потрібно розв'язати рівняння Шредінгера для кристала:

$$\hat{H}\psi = E\psi, \quad (2.1)$$

де \hat{H} – гамільтоніан кристалу, ψ – його власна хвильова функція, E – його власне значення, або енергія кристалу. Хвильова функція кристалу залежить від координат усіх частинок ($\psi(r_1, r_2, \dots, R_1, R_2, \dots)$), де r_i – координати електронів, R_i – координати ядер.

Оператор Гамільтона (гамільтоліан) об'єднує в собі усі види енергій, а саме:

$$1) \text{ кінетичну енергію електронів } - T_k = \frac{\hbar^2}{2m} \sum_i \Delta_i^2, \text{ де}$$

$$\Delta_i^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \text{оператор Лапласа для } i\text{-го електрона);}$$

2) кінетичну енергію ядер – $T_{\kappa} = \frac{\hbar^2}{2M} \sum_j \Delta_j^2$, де Δ_j^2 – оператор Ла-

пласа для j -го ядра;

3) потенціальну енергію попарної взаємодії електронів між собою – $U = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \frac{q_e^2}{4\pi\epsilon_o \epsilon r_{ij}}$;

4) потенціальну енергію попарної взаємодії ядер між собою $U_{\text{я}}(R_1, R_2, \dots, R_N)$;;

5) потенціальну енергію взаємодії електронів з ядрами – $U_{\text{ея}}(r_1, r_2, \dots, r_i, R_1, R_2, \dots, R_N)$;

Отже, гамільтоліан у рівнянні (2.1) визначається сумою значень усіх зазначених видів енергії:

$$\hat{H} = T_{\kappa} + T_{\text{я}} + U_{\text{е}} + U_{\text{я}} + U_{\text{ея}} \quad (2.2)$$

Розв'язуючи рівняння (2.1), можна було б отримати всі необхідні відомості про кристал: можливі значення енергії, конфігурацію ядер, просторовий розподіл електронів та інші. Але, оскільки дане рівняння містить кількість змінних не меншу, ніж кількість атомів у кристалі, то таку задачу для багатьох тіл поки математично розв'язати не вдається. Шляхом наближень вона може бути зведена до більш простішого вигляду.

2.1.1. Адіабатне й одноелектронне наближення

Перше спрощення рівняння (2.1) полягає в тому, що маса ядер значно більша маси електронів, унаслідок чого швидкість їх руху значно менша швидкості електронів. Оскільки за час, необхідний для зміни стану електронів, стан ядер залишається практично незмінним, то кристал можна розглядати як систему, що складається з двох неза-

лежних підсистем — швидких електронів і ядер, що практично нерухомі. Таким чином, задачу про систему ядер та електронів можна звести до більш простої — про стан лише електронів в заданій решітці, утвореній ядрами. Таке наближення називають *адіабатним* або *наближенням Борна-Оппенгеймера*.

Припустимо, що ядра нерухомі. Для цього випадку кінетична енергія ядер набуває нульового значення, а енергія їх взаємодії приймає постійне значення. Вибором початку відліку значення цієї енергії можна обернути в нуль, а рівняння (2.1) спростити і записати у вигляді

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \sum_i \Delta_i^2 + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \frac{q_e^2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r_{ij}} + U_{\text{ея}}(r_1, r_2, \dots, r_i, R_1, R_2, \dots, R_j) \right] \psi = E\psi. \quad (2.3)$$

Оскільки стан внутрішніх атомних електронів мало змінюється в кристалічній решітці, то можна обмежитися розглядом тільки валентних електронів, а під R_1, R_2, \dots мати на увазі координати не ядер, а атомних залишків. При цьому рівняння (2.3) записують тільки для валентних електронів, рухомих в потенціальному полі фіксованих атомних залишків.

Не дивлячись на проведені спрощення, рівняння (2.3) не може бути розв'язане в загальному вигляді, оскільки як і раніше маємо справу з багатоелектронною задачею. Щоб звести багатоелектронну задачу до одноелектронного наближення, роблять наступне спрощення: енергію попарної взаємодії електронів замінюють енергією взаємодії кожного електрона з усередненим полем всієї решітки електронів. Це поле отримало назву самоузгодженого, оскільки воно не тільки визначає рух даного електрона, але й саме залежить від його руху. Введення самоузгодженого поля дозволяє розглядати електрони

кристала як систему не взаємодіючих частинок і в правій частині рівнянні (2.3) другий доданок можна замінити на $\sum_i U_{ie}(r_i)$ – потенціальну енергію i -го електрона у полі решти електронів, а третій доданок – на $U_{ia}(r_i)$ – потенціальну енергію i -го електрона в полі усіх ядер.

Після такої заміни рівняння (2.3) розпадається на суму n однакових для всіх електронів індивідуальних одноелектронних рівнянь вигляду

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta^2 + U_e(r) + U_a(r) \right] \psi(r) = E \psi(r), \quad (2.4)$$

де $\psi(r)$ – хвильова функція електрона в кристалі.

Позначивши потенціальну енергію електрона в кристалі функцією $U(r) = U_e(r) + U_a(r)$, останнє рівняння можна ще спростити:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta^2 + U(r) \right] \psi(r) = E \psi(r) \quad (2.5.)$$

Не дивлячись на значне спрощення, яке досягається введенням самоузгодженого поля, точний розв'язок рівняння (2.5) має математичні труднощі. Для визначення характеру енергетичного спектра електронів в кристалі розроблені наближені методи розв'язування рівняння (2.5): наближення майже вільних електронів, наближення сильно зв'язаних електронів та інші.

2.1.2. Наближення сильно зв'язаних електронів

В основі цього наближення лежить припущення, що енергія зв'язку електрона з атомами твердого тіла значно більша їх кінетичної енергії переміщення в кристалічній решітці. Для якісного уявлення

про походження енергетичних рівнів електронів в твердих тілах розглянемо уявний процес утворення кристала шляхом зближення атомів, енергетичні рівні яких відомі.

Нехай спочатку є N ізольованих однакових атомів якої-небудь речовини. Кожен електрон будь-якого атома володіє одним з дозволених значень енергії, тобто займає один з дозволених енергетичних рівнів. Електрони підкоряються принципу заборони Паулі так, що на кожному енергетичному рівні може перебувати не більше двох електронів з протилежними спінами. Уявлятимемо утворення кристала шляхом послідовного приєднання атомів до довільно вибраного атома.

Розглянемо, що відбувається з кожним із двох довільно вибраних енергетичних рівнів, наприклад p і s 1-го атома (рис. 2.1) при наближенні до нього 2-го атома. Коли атоми зближуватимуться настільки, що 1-й атом опиниться під дією помітних електричних і магнітних

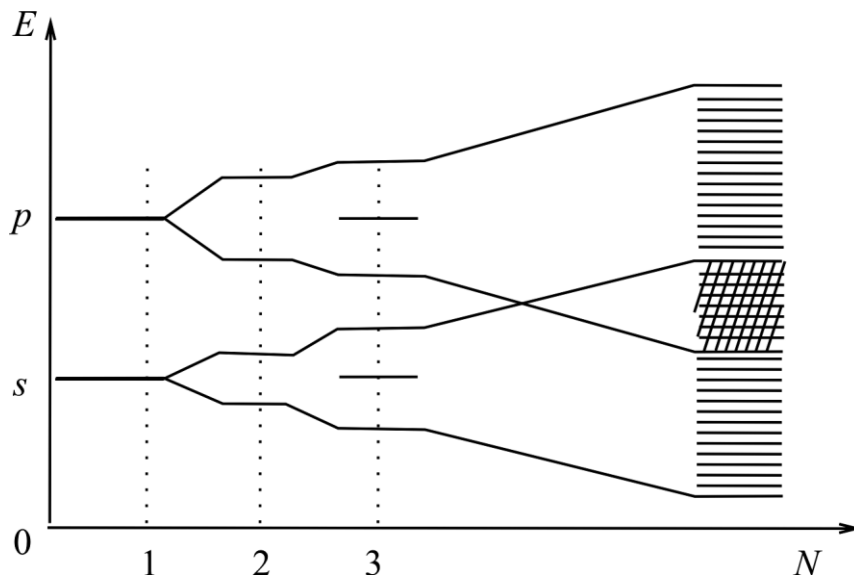


Рис 2.1. Розщеплення атомного енергетичного рівня в системі зв'язаних атомів.

полів 2-го атома, то кожен енергетичний рівень (p і s) 1-го атома розділиться на два нові рівні (*ефект Штарка*). На енергетичній діаграмі один з нових енергетичних рівнів розташується вище, інший – ниж-

че за початковий рівень енергії. З якісного боку розділення початкового атомного рівня на два рівні можна пояснити тим, що в системі з двох атомів змінився характер силових взаємодій між електронами і ядрами: разом з притяганням електронів до ядер атомів 1 і 2 з'явилося відштовхування між електронними оболонками атомів. Енергії взаємодії, що враховує притягання, відповідає нижче розташований рівень, оскільки зв'язок електрона зі своїм ядром ослаблюється, а енергії взаємодії, що враховує відштовхування, — вище розташований рівень.

Аналогічно у системі з трьох атомів початковий рівень атома 1 розщеплюється на три рівні, тому у системі з N атомів початковий рівень розщепиться на N рівнів, близьких за величиною, а кількість їх буде дорівнювати числу взаємодіючих атомів. Рівні енергії електрона в кристалі утворюють енергетичну зону, тобто повна енергія електрона в кристалі характеризується мінімальним і максимальним значеннями енергії. Величина розщеплювання для різних рівнів неоднакова. Рівні, заповнені в атомі ближчими до ядра (внутрішніми) електронами, розщеплюються менше, ніж рівні, заповнені валентними (зовнішніми) електронами.

Окрім розщеплювання рівнів при зближенні атомів, відбувається їх зміщення і розширення, так, що утворюються зони. Рівень опускається тим сильніше, чим вище він розташований в ізолюваному атомі, оскільки із зростанням енергії розміри електронної хмарини збільшуються (рис.2.1). Починаючи з деяких відстаней при зближенні атомів між електронними оболонками атомів виникають сили відштовхування, потенціальна енергія взаємодії електронів стає позитивною та швидко зростає, що призводить до підйому рівня енергії.

При малих відстанях між атомами може відбутися перекривання зон (рис.2.1), що відповідають двом сусіднім рівням атома. Кількість рівнів у такій зоні, що злилася, дорівнює сумі рівнів, на які розщеплюються обидва рівні атома.

Енергетична зона або сукупність декількох енергетичних зон, що перекриваються, котрі утворилися в результаті розщеплювання з якого-небудь одного або декількох енергетичних рівнів ізольованих атомів при об'єднанні їх в кристали, називається *дозволеною зоною*. Інтервали значень енергії, якими не може володіти електрон в ідеальному кристалі, називається *забороненою зоною*. *Ширина забороненої зони* – це різниця енергій між нижнім рівнем однієї дозволеної зони і верхнім рівнем сусідньої дозволеної зони.

Ширина енергетичних зон залежить від відстані між атомами (постійної кристалічної решітки) і не залежить від розміру кристала. Із зростанням енергії ширина дозволених зон збільшується, відповідно до цього ширина заборонених зон – зменшується. Зміна міжатомних відстаней може приводити інколи як до звуження забороненої зони, так і до її розширення залежно від конкретного ходу кривих на схемі енергетичних зон та унаслідок змін області перекриття хвильових функцій електронів. Тому вплив зовнішнього тиску, що позначається на міжатомних відстанях, іноді приводить до розширення забороненої зони, а іноді – до її звуження. У разі зон, що не перекриваються, ширина забороненої зони із збільшенням тиску зменшується, а у разі зон, що перекриваються, збільшується. Необхідно відмітити, що енергетична зона не має ніяких просторових розмірів, вона є лише фізичним поняттям, згідно якому електрони твердого тіла можуть володіти набором енергій в певних межах.

Електрони в твердому тілі знаходяться або на орбітах своїх атомів, або в просторі між атомами. У кристалі атоми зближують настільки, що електронні хмари валентних електронів перекриваються, тому електрони набувають здатності переходити від одного атома до іншого шляхом тунельного просочування крізь потенціальний бар'єр, що розділяє атоми.

На рис.2.2. приведений енергетичний спектр електронних станів у кристалі разом з потенціальними кривими, що виражають залежність потенціальної енергії електрона від відстані його від ядра. Атоми відокремлені один від одного потенціальними бар'єрами шириною d_0 . Висота бар'єрів для електронів, що перебувають на різних рівнях, різна й дорівнює $E-U$ (E – повна енергія електрона на різних рівнях, U —максимальна потенціальна енергія електрона, яка дещо нижча за максимальне значення E_v дозволеної зони для валентних електронів). Потенціальний бар'єр перешкоджає вільному переходу електронів від одного атома до іншого, якщо їх енергетичні рівні лежать нижче рівня U .

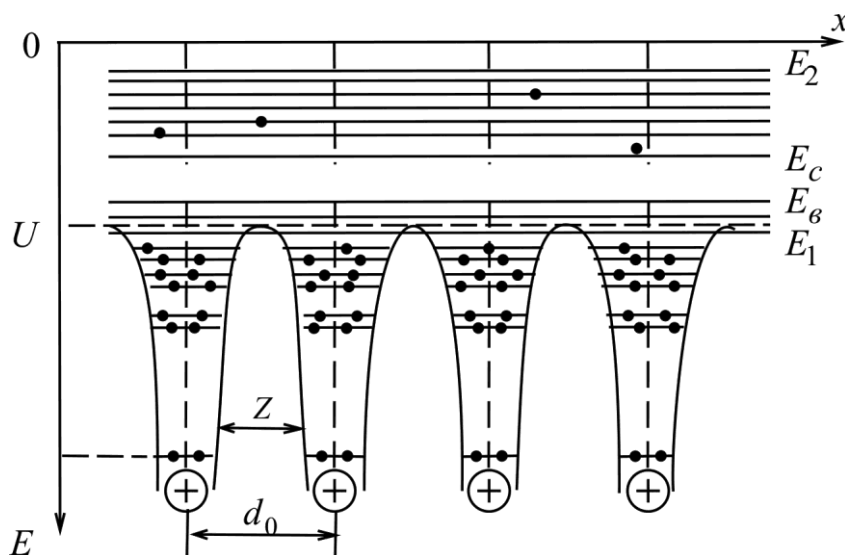


Рис.2.2. Одномірний вигляд енергетичного спектра електронних станів у валентному кристалі [3].

Валентні електрони, рівні яких лежать вище рівня U , здатні практично безперешкодно переходити від одного атома до іншого та вільно рухатись кристалом. Те ж

саме можна сказати і про електрони, що потрапляють в дозволена зону, рівні якої не зайняті електронами і лежать вище рівня U .

Якщо енергія електрона менша потенціального бар'єру U , то в класичній теорії перехід через такий бар'єр неможливий, оскільки кінетична енергія електрона повинна бути позитивною. Квантова ж теорія розглядає можливість проходження електрона від атома до атома крізь потенціальний бар'єр без зміни повної енергії E унаслідок *тунельного ефекту*. Суть його полягає в тому, що за наявності двох і більше близько розташованих потенціальних ям є визначена, не рівна нулеві ймовірність знаходження електрона в будь-якій з них. Ймовірність *тунельного ефекту* для валентних електронів значно більша, ніж для електронів внутрішніх електронних шарів. З цього слідує, що валентні електрони в кристалі не локалізовані у межах певного атома, а переходять від одного атома до іншого. Час його перебування у вузлі кристалічної решітки має порядок 10^{-15} с. Зауважимо, що перехід валентного електрона від одного атома до іншого відбувається без зміни його енергії.

При утворенні кристала має місце не тільки зменшення висоти потенціального бар'єру між атомами, але й відбувається зміна енергетичних рівнів електронів у атомах. Оскільки електрон в ізольованому атомі у стаціонарному стані може перебувати як завгодно довго, то на основі співвідношення невизначеностей $\Delta E \cdot \Delta t \geq h$ дійдемо висновку, що ширина енергетичного рівня для стаціонарного стану як завгодно мала. Відомо, що для збудженого стану електрона ($\Delta t \approx 10^{-8}$ с) ізольованого атома $\Delta E \approx 10^{-7}$ еВ. Ширина ж енергетичного рівня в кристалі $\Delta E \geq \frac{h}{\Delta t} \approx 1$ еВ. Звідки слідує, що енергетичний рівень електрона при утворенні кристала з окремих атомів розщеплюється в енергетичну

смугу або *енергетичну зону*. Розщеплення в зону зазнають не лише стаціонарні, але й збуджені енергетичні рівні. Таким чином замість системи дискретних рівнів енергії, якими характеризуються окремі атоми, у кристалі з'являється система енергетичних зон, ширина яких не залежить від зовнішніх розмірів кристала, а визначається природою кристалу.

Однак, густина розташування енергетичних рівнів в кожній зоні залежить від розмірів твердого тіла. Чим більше атомів містить кристал, тим густіше розташовуються рівні в зоні. Якщо врахувати, що 1 см^3 твердого тіла містить близько 10^{22} атомів, то при ширині валентної зони в 1 еВ рівні у ній розташовуються на відстані 10^{-22} еВ. В твердому тілі значних розмірів енергетичні рівні в зонах розташовані практично неперервно. Однак той факт, що число рівнів в зоні є все ж таки кінцевим, відіграє вижливу роль у визначенні характеру розташування електронів за станами.

Точніше викладене можна одержати із розв'язків рівняння Шредингера. Розглянемо розв'язок рівняння (2.5.). Потенціальна енергія електрона $U(\vec{r})$ повинна бути періодичною функцією координат, зважаючи на те, що кристал є періодичною структурою, тобто $U(\vec{r}) = U(\vec{r} + \vec{n})$, де n – вектор трансляції: $\vec{n} = n_1 \vec{a} + n_2 \vec{b} + n_3 \vec{c}$ (n_1, n_2, n_3 – цілі числа; a, b, c – періоди кристалічної решітки у трьох напрямках).

Враховуючи періодичність функції $U(r)$, Блох показав, що розв'язок рівняння (2.5) можна представити у вигляді функції:

$$\psi_k(\vec{r}) = \varphi_k(\vec{r}) e^{ikr}, \quad (2.6)$$

де $\varphi_k(\vec{r})$ – періодична функція, e^{ikr} – плоска хвиля, що розповсюджу-

ється у напрямку вектора \vec{k} . Розв'язок (2.6) називається *функціями Блоха*. Функція $\varphi_k(\vec{r})$ володіє тривимірною періодичністю кристалічної решітки, а вектор \vec{k} є хвильовим вектором електрона, модуль якого

$$|k| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}. \quad (2.7)$$

Із умови періодичності функції $\varphi_k(\vec{r})$ слідує, що в кристалічній решітці вектор \vec{k} може приймати дискретні значення, залежні від величини постійної кристалічної решітки a (нехай у найпростішому випадку решітка кубічна – $a=b=c$) і від кількості атомів у кристалі $N=N_x N_y N_z$:

$$k_x = \frac{2\pi}{aN_x} n; \quad k_y = \frac{2\pi}{aN_y} n; \quad k_z = \frac{2\pi}{aN_z} n; \quad (2.8)$$

де n може набувати цілих значень: $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Якщо перекриття хвильових функцій електронів відбувається тільки для сусідніх атомів кристала, розташованих на відстані постійної решітки a , то енергія електрона $E(\vec{k})$, відповідна рівнянню (2.6) утворює квазінеперервну послідовність. У межах одного періоду значенням $E(\vec{k})$ відповідають значення хвильового вектора \vec{k} , які він може приймати, змінюючись в інтервалі значень

$$-\frac{\pi}{a} \leq k_x \leq \frac{\pi}{a}; \quad -\frac{\pi}{a} \leq k_y \leq \frac{\pi}{a}; \quad -\frac{\pi}{a} \leq k_z \leq \frac{\pi}{a}; \quad (2.9)$$

оскільки зміни косинуса кута не виходять за межі області ± 1 , тобто

$$-1 \leq \cos k_x a \leq 1; \quad -1 \leq \cos k_y a \leq 1; \quad -1 \leq \cos k_z a \leq 1; \quad (2.10)$$

Отже, графік залежності $E(\vec{k})$ у найпростішому випадку для одномірного кристалу (рис.2.3) утворюється сукупністю суцільних ліній, які показують квазіперервну змінну енергію дозволених зон та

ліній пунктирних, що представляють заборонені зони. Кожна із дозволених зон утворюється близько розташованими дискретними рівнями, кількість яких дорівнює числу атомів у зразку кристала.

Область k -простору, всередині якого енергія електрона в кристалі змінюється квазінеперервно, називається *зоною Бріллюена*. На межі цих зон енергія зазнає розриву.

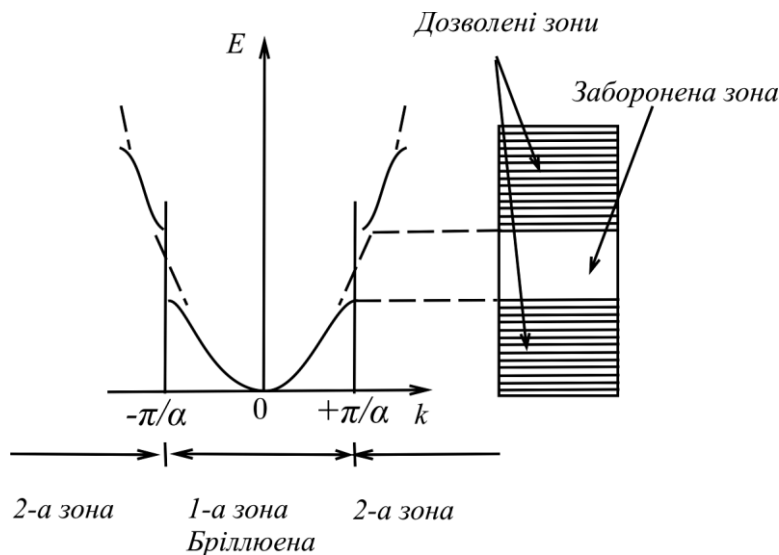


Рис. 2.3. Зони Бріллюена для випадку одномірного кристалу.

У реальному тривимірному кристалі картина енергетичних зон буде значно складнішою. У загальному випадку періодичність кристалічної решітки у різних напрямках різна, а значення хвильового вектора \vec{k} , при яких виникають розриви в енергетичному спектрі електрона, для різних напрямків решітки повинні бути різними. Тому, хоча певні області енергій заборонені для електронів, рухомих в одному напрямку, вони можуть бути дозволеними для електронів, рухомих в іншому напрямку, і енергетичний спектр в цілому виявляється квазінеперервним. Можливе також і перекриття смуг заборонених енергій для напрямів a , b , c . У цьому випадку існують області енергій, як заборонені для електронів, рухомих у будь-яких напрямках, так і

дозволені. Зобразити межі між дозволеними і забороненими зонами в просторі, природно, значно важче, ніж на площині.

Можна прийняти проекції хвильового вектора за прямокутні координати і в цих координатах побудувати поверхню рівної енергії.

При малих значеннях \vec{k} ($k \ll \frac{\pi}{a}$) анізотропія кристалічної решітки по-

значається на тому, що поверхня рівної енергії має форму еліпсоїда.

Коли величина хвильового вектора близька до $\frac{\pi}{a}$, форма ізоенергетичних поверхонь спотворюється.

Межі смуг рівнів енергії (зон) у тривимірному просторі визначаються чотирма числами: трьома проекціями хвильового вектора (k_x, k_y, k_z) і спіном електрона. У просторі ці межі зон утворюють багатогранники, названі зонами Бріллюена. *Першою або основною зоною* називається мінімальний за об'ємом многогранник, що побудований навколо початку координат в просторі вектора \vec{k} , який містить різні

стану, відповідно набору можливих значень \vec{k} ($-\frac{\pi}{a} \leq k \leq \frac{\pi}{a}$). У простих

кубічних решітках перша зона обмежена значеннями проекції хвильового вектора $k_x = k_y = k_z = \frac{\pi}{a}$ і є

кубом з ребром $\frac{2\pi}{a}$ (рис.2.4.). Для кристалів, що мають складнішу кристалічну решітку, форма зон Бріллюена буде відповідно ще складнішою.

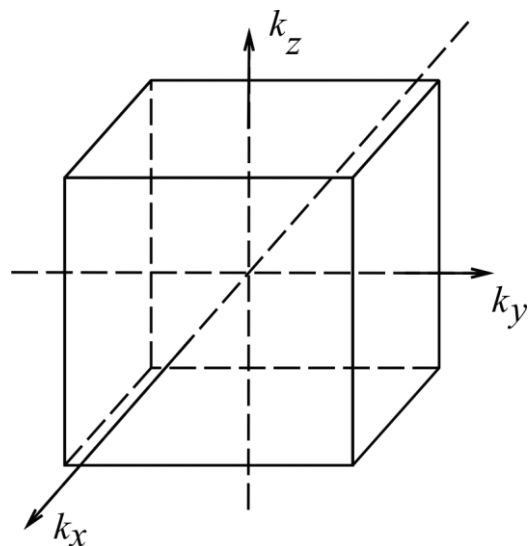


Рис. 2.4. Перша зона Бріллюена для простої кубічної решітки

2.2. Заповнення енергетичних зон електронами

Розглянемо детальніше процес заповнення дозволених зон електронами. При абсолютному нулі енергія кристала повинна бути мінімальною, при цьому вважається, що рівні заповнюються в порядку зростання їх енергій. При заповненні електронами енергетичних рівнів у зонах враховується принцип Паулі. При цьому можливі два випадки:

1. якщо рівень енергії електрона, при розщепленні якого одержалась дана зона, заповнений в цьому атомі одним електроном або порожній, то й відповідна зона буде наполовину або цілком незаповненою;
2. якщо ж відповідний рівень в атомі заповнений двома електронами, то зона повністю заповнена.

У разі ж перекриття зон, число рівнів в зоні буде більшим кількості електронів на рівнях і зона

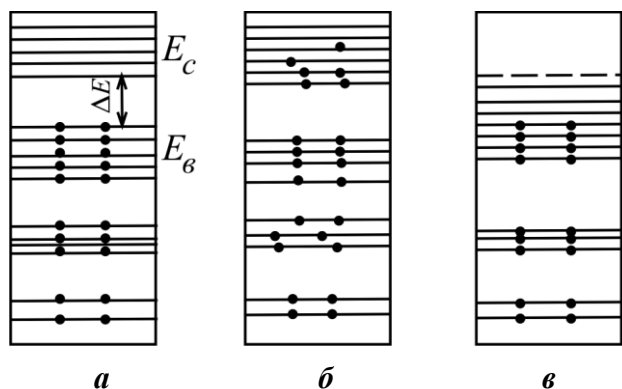


Рис2.5. Можливі варіанти заповнення зон у кристалах.

виявляється частково заповненою. У разі виродження на кожному енергетичному рівні може перебувати два електрони.

Дозволена зона, в якій при абсолютному нулі температури всі енергетичні рівні зайняті електронами, називається *заповненою зоною*.

Верхня, із заповнених зон (зона найбільших енергій), називається *валентною зоною*. Найвищий заповнений енергетичний рівень валентної зони називається *рівнем Фермі*. Іноді й ва-

лентна зона може бути лише частково заповнена електронами, якщо на останньому зайнятому рівні в атомі знаходиться тільки один електрон або має місце перекривання зон. Дозволена зона, в якій відсутні електрони при абсолютному нулі температури, називається *вільною зоною*.

За характером заповнення зон електронами при абсолютному нулі температури всі тверді тіла можна розділити на три класи (рис.2.5):

- 1) тіла, що мають тільки цілком заповнені та абсолютно вільні енергетичні зони (рис.2.5, а);
- 2) тіла, у яких над цілком заповненими нижніми зонами є зона з частково заповненими нижніми енергетичними рівнями (рис.2.5, б);
- 3) тіла з повністю заповненою верхньою зоною, яка перекривається з розташованою над нею вільною зоною (рис.2.5, в).

Розподіл електронів за рівнями, як і розподіл вільних електронів, підкоряється квантовій *статистиці Фермі-Дірака*, що враховує принцип заборони Паулі. Вона стверджує, що ймовірність $f(\frac{dn}{n})$ заповнення електронами даного рівня визначається співвідношенням

$$f = \frac{1}{\exp(\frac{E - F}{kT}) + 1}, \quad (2.11)$$

де f – функція Фермі, k – стала Больцмана, E – енергія електрона, F – рівень Фермі, T – абсолютна температура.

Функція Фермі має зміст тільки для тих значень енергії електрона, де є рівні, дозволені для електронів. Для з'ясування фізичного змісту рівня Фермі розглянемо властивості функції Фермі.

При $T = 0$ К:

$$\left. \begin{array}{l} \text{якщо } E > F, \text{ то } \exp\left(\frac{E-F}{kT}\right) \rightarrow \infty, \Rightarrow f = 0; \\ \text{якщо } E < F, \text{ то } \exp\left(\frac{E-F}{kT}\right) \rightarrow 0, \Rightarrow f = 1. \end{array} \right\} \quad (2.12)$$

Таким чином, при абсолютному нулі всі енергетичні рівні, що лежать нижче рівня Фермі, зайняті електронами, оскільки при $E < F$ ймовірність заповнення дорівнює одиниці, а рівні, що лежать вище рівня Фермі ($E > F$), – вільні, оскільки $f=0$.

При $T > 0$ К:

$$\left. \begin{array}{l} \text{якщо } E = F, \text{ то } f = \frac{1}{2}; \\ \text{для } E < F \Rightarrow f > \frac{1}{2}, \\ \text{а при } E > F \Rightarrow f < \frac{1}{2}. \end{array} \right\} \quad (2.13)$$

Таким чином, рівень Фермі – енергетичний рівень, функція Фермі для якого дорівнює половині функції Фермі при температурах, відмінних від абсолютного нуля. Фізично рівнем Фермі є хімічний потенціал електронного газу з розрахунку на один електрон.

2.3. Класифікація твердих тіл за зонною теорією

Залежно від ступеня заповнення валентної зони електронами і ширини забороненої зони всі тверді тіла поділяють на ізолятори, провідники та напівпровідники.

Тверді тіла, що мають при абсолютному нулі температури цілком заповнену валентну зону (E_v) і ширину забороненої зони $\Delta E > 3$ еВ, називаються *ізоляторами* (рис.2.6, а).

Тіла, що мають валентну зону з частково заповненими нижніми енергетичними рівнями або перекриття зон та ширину забороненої

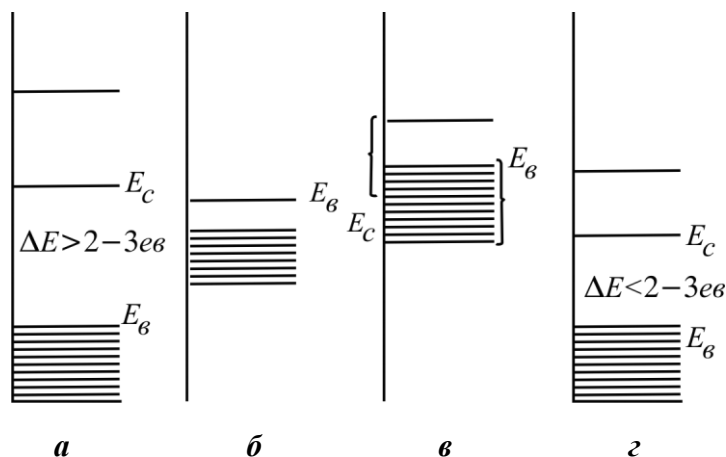


Рис.2.6. Енергетичні зони діелектрика (а), провідника (б, в) та напівпровідника (г).

зони, близьку до нуля, називаються провідниками (рис.2.6,б).

Тіла, що мають при абсолютному нулі температури повністю заповнені валентні зони і ширину забороненої зони не більше 2-3 еВ, називаються

напівпровідниками (рис.2.6, в).

В ізоляторах зовнішнє електричне поле, якщо воно не досить велике, не в змозі спричинити електричний струм, оскільки всі рівні валентної зони зайняті, а поле не здатне підняти електрони у вище розміщену вільну зону. У провідниках же навіть слабе зовнішнє електричне поле здатне перевести електрони на сусідні вільні рівні, при цьому з'являється переважний рух електронів проти поля, що зумовлює виникнення електричного струму. У напівпровідниках при температурі, відмінній від нуля, або при їх освітленні деяке число електронів, розташованих біля верхньої межі заповненої валентної зони, може набути енергію, достатню для подолання забороненої зони, і перейти у вільну зону. При цьому у валентній зоні звільняються деякі рівні та виникають дірки (дірка – це не зайнятий електроном енергетичний стан у валентній зоні), а вільна зона перетворюється на частково заповнену зону (рис. 2.7). Вільна зона, на рівнях якої при збудженні (наприклад, при термічному, оптичному тощо) можуть

знаходяться електрони, називається *зоною провідності*. Зазвичай зоною провідності є нижня вільна зона.

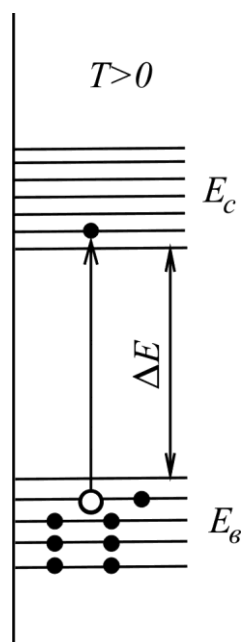


Рис.2.7. Утворення електрона як носія заряду на зонній діаграмі напівпровідника.

При прикладанні зовнішнього поля до напівпровідника електрони в зоні провідності й електрони валентної зони, в якій є вільні рівні, можуть змінювати свої енергетичні стани і створювати струм.

2.4. Ефективна маса електрона

Електрони в зоні провідності та дірки валентної зони можуть вільно перемішатися об'ємом кристалу навіть за відсутності зовнішнього електричного поля.

Розглянемо рух електрона в кристалі під дією зовнішнього поля, прикладеного до кристала. Для точного розв'язку задачі, крім напруженості зовнішнього поля E , слід врахувати і внутрішнє поле E' – створюване всіма атомами кристалічної решітки. При цьому слід було б врахувати і зміну внутрішнього періодичного поля під дією зовнішнього поля, що призводить до зміщення електронів в атомах, тобто поляризацію атомів, а потім розв'язати рівняння Шредінгера та знайти хвильову функцію електрона. Однак така задача про рух електрона в твердому тілі, як уже зазначалося, ще не розв'язана в загальному вигляді.

Класичним аналогом руху електрона в періодичному полі кристалу є рух кульки гофрованою поверхнею. Швидкості кульки на гребені та в глибині ями будуть різні як за величиною, так і за напрямком, тоді як середня швидкість поступального руху за відсутності

тертя залишається постійною.

Для опису руху електрона в кристалі поступимо так. Визначимо роботу A , яку здійснює зовнішня сила F на шляху Δx , що охоплює декілька періодів кристалічної решітки у напрямку осі x :

$$A = F\Delta x = Fv_o t, \quad (2.14)$$

де v_o — середня швидкість електрона, яка дорівнює груповій швидкості поширення фононів; Δt — час дії сили.

Враховуючи, що $Fv_o = \frac{dE}{dt}$, отримаємо

$$A = \frac{dE}{dt} \Delta t. \quad (2.15)$$

Виразимо середню швидкість електрона через енергію електрона і хвильове число, виходячи з того, що енергії вільного електрона, що рухається зі швидкістю v_o відповідає довжина хвилі λ :

$$E = \frac{mv_o^2}{2} = \frac{p^2}{2m}; \quad \lambda = \frac{h}{p}, \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda} = \frac{hk}{2\pi m},$$

тоді
$$E = \frac{h^2 k^2}{8\pi^2 m}, \quad \frac{dE}{dk} = \frac{h^2 k}{4\pi^2 m}, \quad (2.16)$$

тому
$$v_o = \frac{2\pi}{h} \cdot \frac{dE}{dk}. \quad (2.17)$$

Можна також оцінити й прискорення електрона

$$a = \frac{dv_o}{dt} = \frac{2\pi}{h} \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{dE}{dk} \right) = \frac{2\pi}{h} \cdot \frac{d}{dk} \left(\frac{dE}{dt} \right).$$

Підставивши значення $\frac{dE}{dt} = Fv_o$, будемо мати:

$$a = \frac{4\pi^2 F}{h^2} \cdot \frac{d^2 E}{dk^2}. \quad (2.18)$$

Порівнюючи вираз (2.18) з рівнянням руху вільного електрона з

масою m у вакуумі $a = \frac{F}{m}$, можна величину m^* , названу *ефективною*

масою і рівну:

$$m^* = \frac{h^2}{4\pi^2 \frac{d^2 E}{dk^2}} \quad (2.19)$$

вважати аналогом маси m , тобто m^* є величина, що має розмірність маси, характеризує рух електрона в кристалі під дією зовнішнього поля так само, як і маса вільного електрона характеризує його рух.

Аналогія між m^* і звичайною масою m обмежується тільки схожістю в законах руху електрона під дією зовнішнього електричного поля. Величина маси m^* на відміну від маси m не характеризує ні енергію, ні інерційні властивості, а враховує лише взаємодію прискорюваного електрона з кристалічною решіткою. Ефективна маса електрона може бути як більшою, так і меншою від маси вільного електрона і навіть бути від'ємною. Так, для внутрішніх електронів вона така велика, що звичайні поля, які накладаються на кристал, не призводять до відчутного руху цих електронів у решітці. Внаслідок взаємодії електрона з кристалічною решіткою навіть напрям прискорення електрона в загальному випадку не співпадає з напрямком середньої сили, що діє на електрон. Ефективні маси електронів залежать від напрямку руху їх в кристалі та у зв'язку з анізотропією властивостей кристалів є тензорами. Рух електрона в кристалі під дією зовнішнього поля носить складний характер – можливі зміни траєкторії руху з одночасною зміною потенціальної та кінетичної енергій.

Якщо робота сил електричного поля майже вся буде витрачена на збільшення потенціальної енергії електрона, а швидкість майже не зміниться, то це означає, що ефективна маса значно більша від маси

вільного електрона. Якщо кінетична енергія електрона більша від роботи, виконаної полем за рахунок поглинання потенціальної енергії, то це означає, що ефективна маса менша маси вільного електрона. Якщо потенціальна енергія електрона буде більшою від роботи сил поля за рахунок переходу частини кінетичної енергії в потенціальну, то це означає, що ефективна маса електрона від'ємна.

Поняття ефективної маси має місце тільки поблизу нижньої межі вільної зони (зони провідності) та біля верхнього краю заповненої зони (валентної зони) і втрачає зміст, якщо енергія електрона не може бути виражена як квадратична функція хвильового числа [відповідно формулі (2.16)].

Енергія електрона в кристалічній решітці в діапазоні значень хвильового числа від $k=0$ квадратично залежить від k . Ці значення k відповідають дну й вершині зон. Для дна зони провідності ефективна маса електрона додатня, оскільки $\frac{d^2 E}{dk^2} > 0$, а для вершини валентної зони – від'ємна, оскільки $\frac{d^2 E}{dk^2} < 0$, тобто електрони, що знаходяться біля стелі зони, прискорюються зовнішнім полем у напрямку, протилежному прикладеній силі.

Для усунення цієї суперечності замість електрона з негативною ефективною масою у валентній зоні вводять поняття дірки як квазічастинки (їх не слід змішувати з дірками — вакантними вузлами в кристалічній решітці).

Всі характеристики дірки визначаються через характеристики електрона у валентній зоні, але беруться з протилежним знаком:

$$\text{заряд дірки } q_{op} = -q_o;$$

$$\text{ефективна маса дірки } m_p^* = -m^*;$$

енергія дірки $E_p(k_p) = -E(-k)$;

рухливість дірки $u_p = -u_n$.

Механічним аналогом дірки можна вважати бульбашку газу у заповненій рідиною трубці, а аналогом електрона – кульку, поміщену в цю рідину. Рух їх відбувається в протилежних напрямках, що можна продемонструвати, перевертаючи трубку.

Теоретичний розрахунок ефективної маси представляє складність для теоретичної фізики, тому її зазвичай не обчислюють, а визначають з різних експериментів: за наслідками вимірювання гіромагнітного ефекту, термоелектрорушійних сил, рухливості, опору, діелектричної проникності тощо.

2.5. Домішкові рівні у напівпровідниках

Енергетичні спектри, зображені на рис.2.5 та 2.6, є характерними для кристалів з ідеальними періодичними решітками. У реальних кристалах існують порушення періодичності кристалічної решітки, спричинені різного роду дефектами: домішками, пустими вузлами в решітках, атомами або іонами, що знаходяться в міжвузлах, тріщинами, дислокаціями й іншими чинниками.

Якщо в кристалі є дефекти, то електричне поле, що створюється ними, може захопити електрон, подібно до того як електрон захоплюється вільними іонами. Такий локалізований поблизу дефекту електрон має енергію, що може відповідати деякому значенню енергії забороненої зони, а в енергетичному спектрі кристала з'являється дискретний спектр *локальних рівнів* у забороненій зоні. Локальними ці рівні називаються тому, що вони виникають не у всіх кристалічних решітках, а тільки в місцях розташування дефектів.

Локальні рівні спричиняють істотний вплив на характер явищ, що відбуваються в напівпровідниках і діелектриках: електропровідність, фотоефект, люмінесценцію, оптичне поглинання й інше. Для металів же дефекти решіток (локальні рівні) є додатковими центрами розсіяння електронів і впливають лише на рухливість вільних носіїв заряду. Утворені дефектами локальні рівні у нормальному стані можуть бути вільними або зайнятими електронами.

Дефект кристалічної решітки, у якому в незбудженому стані локальний рівень зайнятий і при збудженні здатний віддати електрон в зону провідності, називається *донором*, а домішка, атоми якої є донорами, називається *донорною домішкою*. Дефект решітки, в якому при незбудженому стані існує незайнятий локальний рівень, а при збудженні здатний захопити електрон з валентної зони, називається *акцептором*, а домішка, атоми якої є акцепторами, називається *акцепторною домішкою*.

Як приклади розглянемо кристал германію (*Ge*) з домішкою сурми (*Sb*) та з домішкою галію (*Ga*) (рис.2.8).

Уявимо, що один із вузлів в кристалі *Ge* заміщений атомом *Sb*, що має п'ять валентних електронів. Чотири з них братимуть участь в

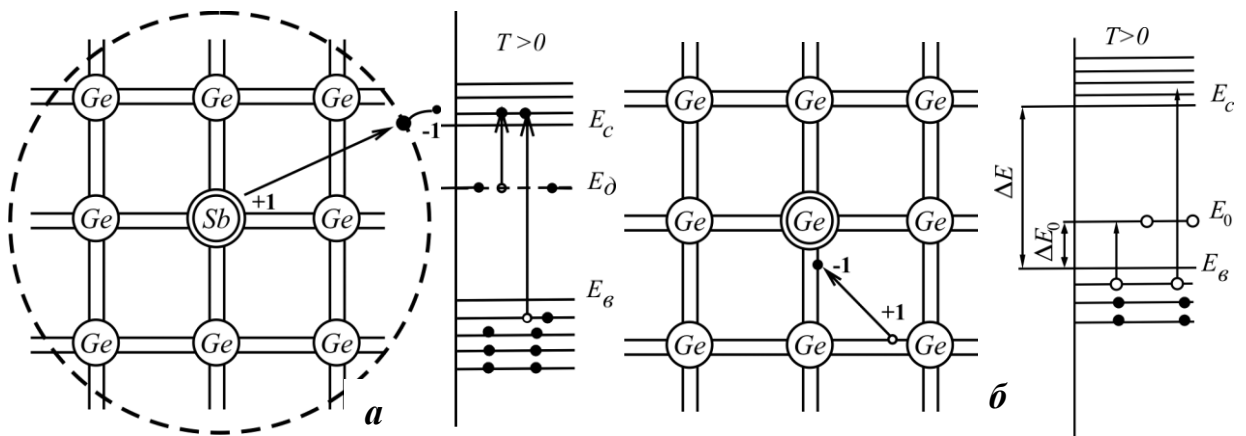


Рис.2.8. Утворення вільних електронів у *Ge* з домішками *Sb* (а) та у *Ge* з домішками *Ga* (б). Праворуч від площинних моделей кристалів приведені відповідні зонні енергетичні діаграми.

утворенні ковалентного зв'язку з найближчими сусідніми атомами германію. П'ятий електрон, не приймаючи участі в утворенні парно-електронного зв'язку, взаємодіятиме з атомами германію, і в результаті він виявляється порівняно слабо пов'язаним з іоном сурми силами кулонівської взаємодії. Щоб відірвати його від атома сурми і перетворити на вільний носій заряду, потрібна значно менша кількість енергії, ніж для вивільнення електрона з валентного зв'язку (зони). А це означає, що рівні, на яких знаходитимуться електрони, повинні розташовуватися в забороненій зоні поблизу дна зони провідності. При дуже низьких температурах надлишкові електрони перебувають на цих рівнях, але вже при незначному підвищенні температури отримують достатню енергію для переходу в зону провідності.

Мінімальна енергія, яку необхідно надати електрону, що знаходиться на донорному рівні, щоб перевести його в зону провідності, називається *енергією іонізації донора* (ΔE_d).

У випадку акцепторної домішки (рис.2.8, б) один з вузлів решітки *Ge* заміщений атомом *Ga* – елементом третьої групи періодичної системи. В цьому випадку у домішкового атома не вистачає одного електрона для заповнення валентного зв'язку з атомом германію, розташованого поряд з акцепторною домішкою. При невеликому тепловому збудженні електрон одного із сусідніх валентних зв'язків германію може перейти в цей вільний зв'язок атома галію, тому з'являється дірка у валентній зоні.

Оскільки перехід електронів з валентних зв'язків *Ge* до атома *Ga* не вимагає великих енергій у порівнянні з енергією вивільнення електрона в зону провідності, то можна припустити, що введення атома галію в кристалічну решітку германію призводить до появи вільного

рівня E_a поблизу стелі валентної зони, яка заповнюється одним з валентних електронів валентної зони при невеликому підвищенні температури, освітленні або при дії інших випромінювань.

Мінімальна енергія, яку необхідно надати електрону валентної зони, щоб перевести його на акцепторний рівень, називається *енергією іонізації акцептора* (ΔE_a).

Фізичною причиною, що полегшує відрив електрона від домішкових атомів (донорів) або перехід електронів на домішкові атоми (акцептори), є здатність до поляризації того матеріального середовища, до якого вноситься домішковий атом. Внаслідок цього в домішковому атомі ослабляються зв'язки між електронами і ядром в ϵ разів (ϵ – діелектрична проникність середовища), розміри орбіти навпаки – збільшуються в ϵ разів, а енергія зв'язку електрона з ядром зменшується в ϵ^2 разів, тобто енергія іонізації домішкового атома значно зменшується.

При різкому збільшенні орбіти валентного електрона домішковий атом можна розглядати як воднеподібний атом в діелектричному середовищі, а для визначення радіусу збільшеної орбіти й енергії іонізації можна скористатися теорією атома водню. Згідно цієї теорії:

$$E_n = \frac{13,53 \cdot Z^2}{\epsilon^2} \cdot \frac{m^*}{m} \text{ (eV)}, \quad (2.20)$$

де m^* – ефективна маса електрона; m – маса вільного електрона; Z — порядковий номер елементу (для германію $\epsilon = 16$, енергія іонізації домішки $\Delta E_d \approx 0,016$ eV).

Поляризація напівпровідникового середовища безпосередньо позначається і на *енергії збудження* (генерації) пар електрон провідності - дірка провідності, тобто полегшується відрив електрона від власного атома кристалічної решітки.

У напівпровідниках можуть одночасно знаходитися як домішки донорного типу, здатні давати електрони у вільну зону, так й акцептори, здатні приєднувати електрони, що перейшли з валентної зони або з донорних рівнів (рис.2.9).

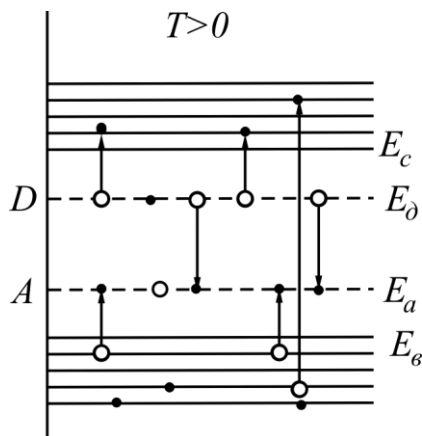


Рис.2.9. Утворення вільних носіїв заряду у напівпровідниках, що мають домішки донорного й акцепторного типу.

Електрони із зони провідності й дірки з валентної зони можуть переходити на локальні рівні домішкових центрів. Зникнення електрона або дірки внаслідок переходу його на локальний рівень дефекту кристалічної решітки називається *захопленням носія заряду*. Якщо захоплений електрон через деякий час викидається тепловим рухом назад в зону провідності, а захоплена дірка — у валентну зону, то таке захоплення електрона або дірки називається *прилипанням*. Якщо ж в результаті захоплення зникає пара електрон—дірка, то такий процес називається *рекомбінацією*.

Якщо домішкові атоми розташовані достатньо далеко один від одного, так що не взаємодіють між собою, то вони утворюють локальні домішкові рівні електронів, розташовані в забороненій зоні. Ці рівні не розщеплені. Однак при достатньо високих концентраціях атомів домішки урахування їх взаємодії необхідне. При цьому хвильові функції електронів сусідніх домішкових атомів помітно перекриваються, а рівні домішкових атомів розщеплюються і утворюють домішкову зону рівнів. При великих концентраціях домішок домішкова зона, розширюючись, може перекриватися із зоною провідності або з валентною зоною (рис.2.10).

Крім того, у напівпровідників при збільшенні концентрації домішки має місце зниження енергії іонізації домішкових центрів. При достатньо великих концентраціях атомів домішки енергія іонізації їх наближається до нуля. У найпоширеніших елементарних напівпровідниках германію та кремнію донорними домішками елементів V групи це відбувається при концентраціях 10^{23} м^{-3} і 10^{24} м^{-3} відповідно.

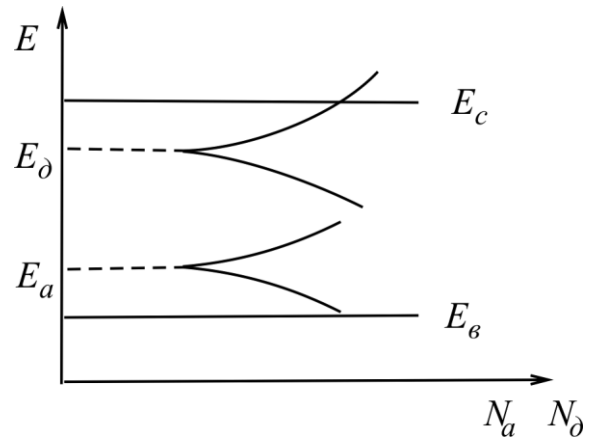


Рис.2.10. Злиття донорної та акцепторної зони з зоною провідності й валентною зоною при збільшенні концентрації домішок.

2.7. Власна і домішкова електропровідність напівпровідників

Напівпровідниками називають речовини, які за питомою електричною провідністю займають проміжне місце між провідниками і діелектриками. Особливістю напівпровідників є й те, що вони відрізняються від провідників сильною залежністю питомої електричної провідності від температури і концентрації домішок.

Питома електрична провідність більшості напівпровідників при кімнатній температурі має значення в інтервалі від 10^{-8} до 10^6 См та залежить також від різних зовнішніх впливів – дії світла, електричного поля, іонізуючого випромінювання тощо.

Напівпровідник, що не містить донорів і акцепторів, називається *власним*. Напівпровідник, що має донорні і (або) акцепторні домішки, називається *домішковим*. Домішковий напівпровідник, в якому концентрація іонізованих донорів і акцепторів рівна за величиною, нази-

вається *скомпенсованим*.

Існує два типи напівпровідникових речовин: іонні й електронні. У іонних напівпровідниках струм переноситься іонами речовини, внаслідок чого склад і структура іонного напівпровідника змінюється при проходженні через нього електричного струму. В електронних напівпровідниках електропровідність обумовлена переміщенням електронів, тому перенесення речовини при проходженні струму не відбувається. Надалі ми розглядатимемо тільки властивості електронних напівпровідників.

До електронних напівпровідників відноситься величезна кількість різних речовин: 12 простих речовин (елементарні напівпровідники) – Бор (*B*), Карбон (*C*), Силіцій (*Si*), Фосфор (*P*), Сірка (*S*), Германій (*Ge*), Арсен (*As*), сіре Олово (*Sn*), Стибій (*Sb*), Телур (*Te*), Йод (*I*). Напівпровідниковими властивостями володіють багато бінарних сполук: A^1B^7 – *AgCl*, *CuBr* та інші; A^2B^4 – *CdSe*, *CdTe*, *ZnS* тощо; A^3B^5 – *GaP*, *GaSb*, *InSb*, *GaAs* й інші; A^4B^6 – *PbSe*, *PbTe*, *SnS* та інші; а також багатокомпонентні розчини – *InGaSb*, *PbSnTeSe*, *CdMnZnTe* тощо.

Окрім неорганічних речовин, до напівпровідників відносяться й деякі органічні речовини: антрацен, коронен та інші.

Різноманітність напівпровідникових речовин з великим набором властивостей зумовила їх широке практичне застосування для виготовлення різних напівпровідникових приладів.

У напівпровідниках при 0 К і за відсутності інших зовнішніх дій електрони і дірки провідності відсутні. При підвищенні температури напівпровідника (або при будь-якому іншому способі збудження) починаються переходи електронів з донорних рівнів в зону провідності,

з валентної зони на акцепторні рівні або з валентної зони в зону провідності. При цьому виникають електрони провідності та дірки провідності, а при прикладанні зовнішньої напруги до напівпровідника в колі з'являється струм.

Електропровідність напівпровідника, обумовлена генерацією пар (виникненням пари: електрон провідності – дірка провідності в результаті дії теплоти, світла, електричного поля, іонізуючого випромінювання і т. д.) називається *власною електропровідністю*. Електропровідність напівпровідника, обумовлена іонізацією атомів донорної і (або) акцепторної домішок (при будь-якому способі збудження), називається *домішковою електропровідністю*, а вільні носії заряду, які утворюються завдяки переходу електронів з донорних рівнів в зону провідності або з валентної зони на акцепторні рівні, називаються *домішковими носіями*. Вільні носії заряду, які утворюються завдяки переходу електронів з валентної зони в зону провідності напівпровідника, називаються *власними носіями*.

Питома електропровідність власного напівпровідника (власна електропровідність) складається з електронної та діркової провідності й обчислюється за формулою

$$\gamma = qn_i(u_n + u_p), \quad (2.21)$$

де n_i – концентрація вільних електронів, яка для власного напівпровідника дорівнює концентрації вільних дірок; u_n , u_p – відповідно рухливості електронів і дірок (тобто середня швидкість їх переміщення вздовж електричного поля при напруженості $E = 1$ В/м).

У напівпровідниках з донорною домішкою в інтервалі низьких температур, коли середня енергія теплових коливань кристалічної решітки $kT \ll \Delta E$, переходами електронів з валентної зони в зону

провідності можна нехтувати і вважати, що всі електрони провідності з'являються внаслідок іонізації донорної домішки. У цьому випадку концентрація вільних електронів переважає над концентрацією вільних дірок ($n \gg p$), а електропровідність такого напівпровідника обумовлена в основному переміщенням електронів провідності — електронна провідність (n -типу). При низьких температурах для питомої електропровідності напівпровідника з донорною домішкою можна записати

$$\gamma = qn_i u_n . \quad (2.22)$$

У напівпровідниках з акцепторною домішкою при низькій температурі переважає концентрація вільних дірок над концентрацією вільних електронів ($p \gg n$), а електропровідність їх в основному обумовлена переміщенням дірок провідності — діркова електропровідність (p -типу). При низьких температурах для питомої електропровідності напівпровідника з акцепторною домішкою можна записати

$$\gamma = qn_i u_p . \quad (2.23)$$

При вищих температурах в домішкових напівпровідниках помітно зростає й концентрація власних носіїв заряду і провідність їх обумовлюється власними і домішковими носіями заряду. Для домішкової електропровідності характерна досить помітна залежність від концентрації домішок. Наприклад, при зміні концентрації домішки в *Ge* в 30 разів домішкова електропровідність змінюється в 10^7 разів.

Домішкові носії заряду в напівпровідниках можуть створюватися і різного роду дефектами. Наприклад, атом *Si* в міжвузлах діє як донор, а пустий вузол — як акцептор. Якщо в домішковий напівпровідник, що володіє електронною електропровідністю, ввести

акцепторні домішки, то вони захоплюватимуть електрони, зменшуючи тим самим концентрацію домішкових носіїв заряду. Те ж саме відбувається і при введенні донорних домішок в домішковий напівпровідник з дірковою електропровідністю.

Електрони і дірки провідності можуть бути основними або неосновними носіями заряду. Рухомі носії заряду, концентрація яких в даному напівпровіднику переважає: електрони в напівпровіднику *n*-типу і дірки в напівпровіднику *p*-типу, називаються *основними носіями заряду*. Рухомі ж носії заряду, концентрація яких в даному напівпровіднику менша, ніж концентрація основних носіїв заряду: електрони в напівпровіднику *p*-типу і дірки в напівпровіднику *n*-типу, називаються *неосновними носіями заряду*.

У власному або в домішковому напівпровіднику при даній температурі існує певна концентрація рухомих носіїв заряду в умовах термодинамічної рівноваги (рівноважна концентрація), тобто в результаті дії двох процесів, що конкурують між собою: генерації і рекомбінації рухомих носіїв заряду. Цій концентрації відповідає певне значення питомої електропровідності напівпровідника.

Питання для самоперевірки

1. Поясніть рівняння Шредінгера для кристалу.
2. У чому суть адіабатного і одноелектронного наближення рівняння Шредінгера?
3. Поясніть процес утворення енергетичних зон в твердому тілі (наближення сильно зв'язаних електронів).
4. Що таке енергетична дозволена, валентна, вільна зони і зона провідності?
5. Від чого залежить ширина дозвленої зони і число рівнів у ній?
6. Що таке зона Бріллюена?
7. Який фізичний зміст поняття рівня Фермі?
8. Яка зонна структура ізолятора, провідника та напівпровідника?

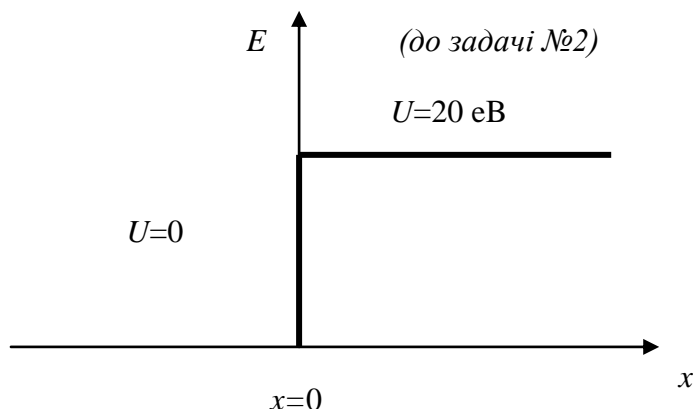
9. Чим викликана необхідність введення поняття ефективної маси носіїв заряду в кристалі?
10. Що таке дірка з точки зору зонної теорії?
11. Поясніть виникнення локальних енергетичних рівнів в кристалі та утворення домішкових зон.
12. Поясніть механізм власної та домішкової провідності напівпровідників.
13. Поясніть вплив домішок на електропровідність металів і напівпровідників.
14. Доведіть, що рівень Фермі для ідеалізованого твердого тіла – це енергетичний рівень, функція Фермі для якого дорівнює $\frac{1}{2}$.
15. Який тип домішкової електропровідності буде мати кристал кремнію, легovanого міддю? магнієм?

Задачі до розділу 2

1. Електрон в деякому кристалі з параметром кристалічної решітки a можна уявити як частинку, що перебуває в потенціальній ямі шириною $2a$ з нескінченно високими стінками та описати всередині даної ями хвильовою функцією $\psi = C(\cos \frac{\pi x}{2a} + \sin \frac{3\pi x}{a} + \frac{1}{4} \cos \frac{3\pi x}{2a})$, а за межами ями – $\psi = 0$.

Знайдіть коефіцієнт C .

2. Електрон рухається паралельно до осі x зліва направо в потенціальному полі $U=0$ в області $x<0$ та переходить в потенціальне поле $U=20$ еВ при $x>0$ (див. рис.) Кінетична енергія електрона в діапазоні $-\infty < x < 0$ дорівнює 10 еВ. Напишіть рівняння Шредінгера для інтервалів: а) від $-\infty$ до 0; б) від 0 до $+\infty$. Чому дорівнює дебройлівська довжина хвилі електрона при $x<0$?



3. В ізолюваному атомі електрон у незбудженому стані може перебувати скільки завгодно довго. Як Ви оціните ширину енергетичного рівня, тобто перебування електрона в енергетичному стані з енергіями від E до $E+\Delta E$? Оцініть ширину енергетичного рівня в деякому кристалі, якщо електрон може перебувати у збудженому стані $\Delta t \approx 10^{-8}$ с.
4. Розподіл електронів за енергетичними рівнями в кристалах підкоряється квантовій статистиці Фермі-Дірака. При температурі 300 К функція розподілу у кристалі Ca набуває значення $f = \frac{1}{3}$. Знайдіть значення енергії рівня Фермі для даного кристалу, якщо відомо, що його енергія у 6 разів менша від енергії електрона.

5. Деяка замкнена система складається із N частинок, що підкоряються статистиці Больцмана і кожна із яких може володіти енергією $E=0$, $E=kT$ та $E=2 kT$. Знайдіть кількість цих частинок системи, якщо в рівноважному стані енергія системи дорівнює $1000 kT$.
6. У скільки разів змінюється ширина збудженого енергетичного рівня в деякому кристалі, якщо час перебування електрона у збудженому стані змінюється від 10^{-8} до 10^{-12} с?
7. Знайдіть концентрацію вільних електронів у металі при 0 К, якщо енергія Фермі дорівнює 1 еВ.
8. У скільки разів кількість вільних електронів, що припадають на один атом металу при 0 К, більша в алюмінію, ніж у міді, якщо рівні Фермі відповідно дорівнюють: $F_{Al}=11,7$ еВ, $F_{Cu}=7,0$ еВ.
9. Електрони в металі перебувають при 0 К. Знайдіть відносну кількість $\Delta N/N$ вільних електронів, кінетична енергія яких відрізняється від енергії Фермі не більше, ніж на 2%.
10. Оцініть максимальну швидкість електронів у металі при 0 К, якщо рівень Фермі $F=5$ еВ.

3. Фізичні властивості твердих тіл

3.1. Електричні властивості діелектриків

Діелектриками (або ізоляторами) називаються речовини, нездатні проводити електричний струм. У природі ідеальних ізоляторів не існує, вони проводять струм в 10^{15} – 10^{20} разів гірше, ніж провідники. Питомий опір діелектриків становить $\rho \approx 10^{15}$ Ом·м. У діелектриках немає вільних електричних зарядів (електронів), як в металах або інших провідниках. Кожна молекула (або атом) діелектрика має позитивно заряджені ядра та негативно заряджені електрони, які рухаються навколо ядер. Позитивні заряди всіх ядер дорівнюють абсолютній величині заряду всіх електронів, а тому молекула речовини загалом електрично нейтральна.

Вивчаючи електричні властивості діелектриків, молекули діелектриків можна зобразити як систему, що складається з двох точкових зарядів. Замінімо всі позитивні заряди ядер молекули одним сумарним зарядом $+q$, що перебуває в центрі мас позитивних зарядів, а всі негативні заряди – одним сумарним негативним зарядом $-q$, що перебуває в центрі мас негативних зарядів. Тоді молекулу діелектрика можна розглядати як диполь, який складається із зарядів $+q$ і $-q$.

Діелектрики поділяються на три типи.

1. *Неполярні діелектрики* – це діелектрики, які складаються з молекул, центри мас позитивних і негативних зарядів яких збігаються за відсутності електричного поля (рис. 3.1).

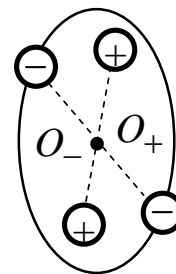


Рис.3.1.
Модель неполярного діелектрика.

Прикладом неполярних діелектриків є гази N_2 , H_2 , O_2 , CO_2 , CH_4 . Молекули таких діелектриків називаються *неполярними*. Дипольний момент таких моле-

кул за відсутності зовнішнього електричного поля дорівнює нулю.

2. *Полярні діелектрики* – це діелектрики, в яких центри мас позитивних і негативних зарядів не збігаються, тобто мають асиметричну будову (рис. 3.2).

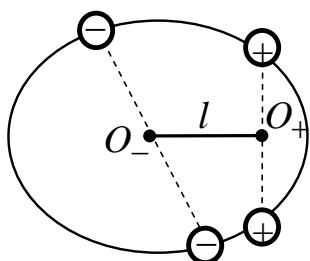


Рис.3.2. Модель полярного діелектрика.

До полярних діелектриків належать гази SO_2 , H_2S , NH_3 та інші, рідини – вода (H_2O), соляна кислота (HCl), бензол (C_6H_6) тощо.

Молекули таких діелектриків називають *полярними*. Ці молекули за відсутності зовнішнього поля мають дипольні моменти $\vec{p}_0 = q\vec{l}$. Їх

називають жорсткими диполями.

3. *Іонні діелектрики* – це речовини, молекули яких мають іонну будову. Прикладом таких діелектриків є $NaCl$, KCl та інші.

Іонні кристали є просторовими ґратками з правильним чергуванням іонів різних знаків (рис. 3.3). У цих кристалах не можна виділити окремі молекули. Іонні кристали необхідно розглядати як систему вміщених одна в одну іонних підґраток. У цих діелектриках кожна пара сусідніх різнойменних іонів подібна до диполя.

Розглянемо, що відбувається з діелектриками при внесенні їх в однорідне електричне поле.

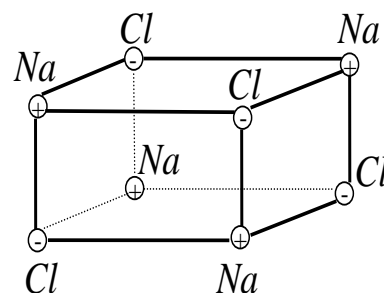


Рис.3.3. Кристалічна ґратка іонного кристалу KCl .

3.1.1. Неполярні діелектрики. Електронна поляризація

Сили, з якими електричне поле діє на позитивні та негативні заряди молекул, направлені протилежно, а тому «розсувають» їх. В

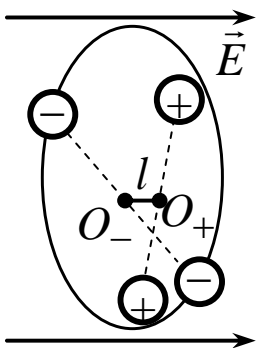


Рис.3.4. Неполарний діелектрик в електричному полі.

електричному полі центри мас позитивних і негативних зарядів кожної молекули не збігаються, а зміщені на відстань l між ними (рис. 3.4). Чим більша напруженість поля \vec{E} , тим на більшу відстань l «розсуваються» заряди протилежних знаків. Молекула з неполярної перетворюється в полярну з дипольним моментом \vec{p} . Оскільки $l \sim E$, а $p = ql$, то $p \sim E$, або $\vec{p} = \beta \epsilon_0 \vec{E}$, β – поляризованість окремої

молекули діелектрика. Величина β має неоднакові значення для атомів і молекул різних речовин. *Поляризованість β* характеризує здатність електронів в атомі або в молекулі зміщуватись під дією сил електричного поля.

Дипольні моменти \vec{p} молекул неполярних діелектриків називають *індукованими* або *квазіпружними*.

При внесенні неполярного діелектрика в електричне поле всі індуковані дипольні моменти розміщуються ланцюжками вздовж ліній напруженості \vec{E} (рис. 3.5), де \bullet – негативні заряди, а \circ – позитивні. Внаслідок цього грані діелектрика набувають різнойменних зарядів – діелектрик поляризується. Такого роду поляризація діелектрика називається *електронною*.

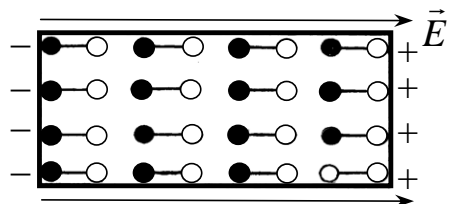


Рис.3.5. Поляризація неполярного діелектрика.

3.1.2. Полярні діелектрики. Дипольна поляризація

Якщо діелектрик з полярними молекулами не перебуває у зовнішньому електричному полі, то внаслідок хаотичного теплового руху молекул вектори їхніх дипольних моментів орієнтовані хаотично

(рис. 3.6, а). Тому векторна сума дипольних моментів всіх молекул, які перебувають у довільному об'ємі V діелектрика, дорівнює нулю.

Якщо діелектрик з полярними молекулами внести в електричне поле, то під дією поля полярні молекули діелектрика намагаються повернутись так, щоб вектори їх дипольних моментів збігалися з напрямком вектора напруженості поля \vec{E} (рис. 3.6, б).

Але тепловий рух молекул хаотично розкидає диполі та заважає орієнтації всіх векторів \vec{p} (дипольних моментів) вздовж поля. Внаслідок спільної дії цих двох факторів в діелектрику переважає орієнтація

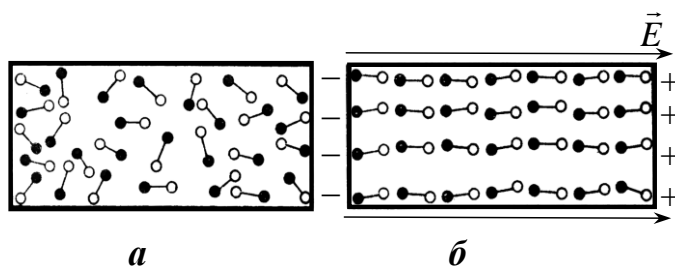


Рис. 3.6. Полярний діелектрик при відсутності (а) та за наявності (б) зовнішнього електричного поля.

дипольних моментів молекул вздовж поля. Ця орієнтація буде тим повнішою, чим сильніше електричне поле в діелектрику і чим слабший тепловий рух молекул, тобто чим нижча температура. Цей процес називають *дипольною або орієнтаційною поляризацією діелектрика*.

3.1.3. Поляризація іонних діелектриків

У кристалічних діелектриках, які мають кубічні кристалічні ґратки ($NaCl$, KCl , NaI та інші) під дією електричного поля всі позитивні іони зміщуються в напрямку напруженості поля \vec{E} , а всі негативні іони – в протилежному напрямку (рис. 3.7). При

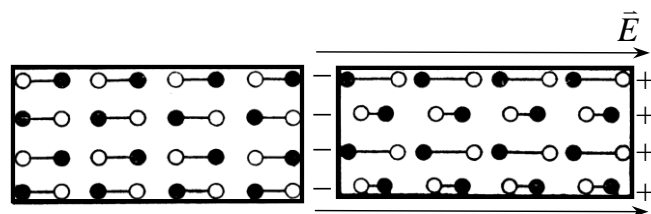


Рис. 3.7. До пояснення іонної поляризації.

цьому в кожній одиниці об'єму кристала перебуває однакова кількість позитивних і негативних іонів, а на кожній з двох протилежних граней кристала, перпендикулярних до вектора напруженості електричного поля, містяться іони якого-небудь одного знаку. Такий вид поляризації називають *іонною поляризацією*.

3.1.4. Ступінь поляризації діелектриків

Заряди, які виникають на гранях будь-яких діелектриків – не вільні, вони зв'язані з атомами та молекулами речовини. Явище обмеженого зміщення зарядів в атомах і молекулах або напрямленої орієнтації дипольних моментів жорстких молекул в зовнішньому електричному полі, внаслідок якого на поверхні діелектрика виникають зв'язані електричні заряди, називається *поляризацією діелектриків*.

Ступінь поляризації діелектрика характеризується *вектором поляризації*, або *поляризованістю*. *Вектором поляризації* називають границю відношення електричного моменту деякого об'єму діелектрика до цього об'єму, коли об'єм прямує до нуля:

$$\vec{P} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^n \vec{p}_i}{V}, \quad (3.1)$$

де \vec{p}_i – дипольний момент i -го диполя, n – кількість диполів, які знаходяться в об'ємі V . Отже, вектор \vec{P} є дипольним моментом одиниці об'єму діелектрика, який виникає при його поляризації.

Для однорідного діелектрика, який перебуває в однорідному електричному полі, справедлива рівність:

$$\vec{P} = n\vec{p}, \quad (3.2)$$

де n – кількість молекул в одиниці об'єму, \vec{p} – дипольний момент мо-

лекули.

Оскільки

$$\vec{p} = \beta \epsilon_0 \vec{E}, \text{ то } \vec{P} = n \beta \epsilon_0 \vec{E}. \quad (3.3)$$

Позначимо

$$n\beta = \chi, \text{ отже, } \vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}. \quad (3.4)$$

Коефіцієнт χ називається *діелектричною сприйнятливістю речовини* або *поляризованістю* одиниці об'єму діелектрика. χ – величина безрозмірна (для води $\chi \approx 80$, для спиртів $\chi \approx 25$).

На рис. 3.8 подано залежність діелектричної сприйнятливості χ від T у випадку неполярних (1) і полярних (2) молекул. Поляризація неполярних діелектриків не залежить від температури ($\chi = \text{const}$). Для полярних діелектриків, як показав Дебай,

$$\chi = \frac{np_0^2}{3\epsilon_0 kT}. \quad (3.5)$$

При нагріванні полярного діелектрика діелектрична сприйнятливість зменшується.

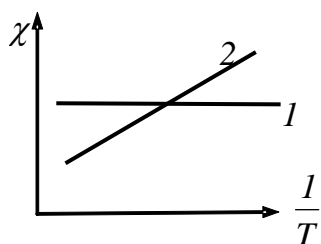


Рис.3.8. Залежність діелектричної сприйнятливості діелектриків від температури.

Для встановлення кількісних закономірностей поля в діелектрику внесемо в однорідне зовнішнє електростатичне поле, яке створюється двома нескінченними паралельними різнойменно зарядженими пластинами, пластинку з однорідного діелектрика (рис. 3.9).

Під дією поля діелектрик поляризується, тобто відбувається зміщення зарядів. Внаслідок цього на правій грані діелектрика буде надлишок позитивного заряду з поверхневою густиною $+\sigma'$, на лівій –

від'ємного заряду з поверхневою густиною $-\sigma'$. Ці не скомпенсовані заряди, що появляються внаслідок поляризації діелектрика, називаються зв'язаними. Оскільки їх поверхнева густина σ' менша від густини σ вільних зарядів площин, то не все поле \vec{E} компенсується зарядами діелектрика: на границі діелектрика відбувається розрив ліній напруженості зовнішнього електричного поля. Отже, поляризація діелектрика викликає зменшення в ньому поля порівняно з початковим зовнішнім полем. Поза діелектриком $\vec{E} = \vec{E}_0$. Поява зв'язаних зарядів приводить до виникнення електричного поля \vec{E}' , яке ослаблює \vec{E} , тому результуюче поле всередині діелектрика:

$$E = E_0 - E'. \quad (3.6)$$

Оскільки поля \vec{E} і \vec{E}' створені двома нескінченними зарядженими площинами, то

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \text{ і } E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}. \quad (3.7)$$

$$\text{Тому результуюче поле } E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \frac{\sigma'}{\epsilon_0} = \frac{\sigma - \sigma'}{\epsilon_0}. \quad (3.8)$$

Отже, напруженість поля при наявності діелектрика обчислюється за такою ж формулою, як і для вакууму з тією лише відмінністю, що до вільних зарядів треба додати зв'язані заряди протилежного знака.

Визначимо поверхневу густину зв'язаних зарядів σ' .

Повний дипольний момент пластинки діелектрика $P_V = PV = PSd$, де S – площа грані пластинки, d – її товщина. З іншо-

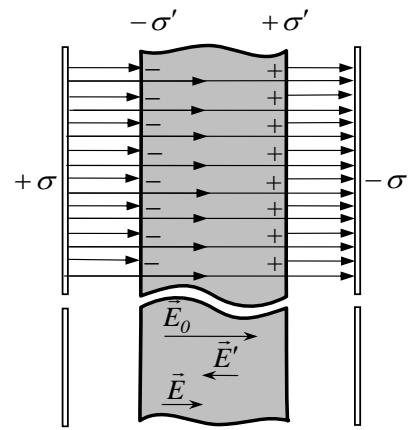


Рис. 3.9. Діелектрик в електричному полі.

го боку, $P_v = q'd = \sigma'Sd$. Тоді, $PSd = \sigma'Sd$, і $\sigma' = P$, тобто поверхнева густина зв'язаних зарядів дорівнює модулю вектора поляризації P .

В загальному випадку, якщо зовнішнє електричне поле \vec{E} утворює кут α з поверхнею діелектрика, то

$$\sigma' = P \cos \alpha = P_n, \quad (3.9)$$

де P_n – проекція вектора поляризації на напрямок нормалі поверхні.

Для правої поверхні на рис. 3.10 $P_n > 0$, і відповідно σ' для неї пози-

тивна; для лівої поверхні $P_n < 0$ і відповідно σ'

для неї негативна. Оскільки

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}, \text{ то } \sigma' = \chi \epsilon_0 E_n,$$

$$(3.10)$$

де E_n – нормальна складова напруженості

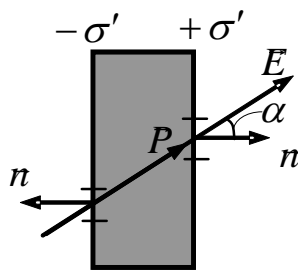


Рис.3.10. Електричне поле \vec{E} утворює кут α з поверхнею діелектрика.

поля всередині діелектрика. В тих місцях, де лінії напруженості виходять із діелектрика ($E_n >$

0), на поверхні будуть позитивні зв'язані заряди,

там же, де лінії напруженості входять в діелект-

рик ($E_n < 0$), появляются негативні поверхневі заряди.

Оскільки

$$E = E_0 - \frac{\sigma'}{\epsilon_0}, \text{ а } \sigma' = P = \chi \epsilon_0 E, \text{ то } E = E_0 - \chi E. \quad (3.11)$$

Звідси напруженість поля в середовищі

$$E = \frac{E_0}{1 + \chi} = \frac{E_0}{\epsilon} \quad (3.12)$$

де $\epsilon = 1 + \chi$ – відносна діелектрична проникність діелектрика, яка характеризує поляризаційні властивості діелектрика.

Відносна діелектрична проникність діелектрика дорівнює його

діелектричній сприйнятливості, збільшеній на одиницю і показує, у скільки разів напруженість E_0 електричного поля, утвореного зарядами у вакуумі, більша, ніж напруженість E поля цих зарядів у діелектрику.

Величини χ і ε – безрозмірні та для вакууму $\chi = 0$, $\varepsilon = 1$.

Якщо відносна діелектрична проникність діелектрика дорівнює ε , то

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon} = \frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0}. \quad (3.13)$$

З іншого боку,

$$E = \frac{\sigma - \sigma'}{\varepsilon_0}. \quad (3.14)$$

Прирівнюючи праві сторони, отримуємо

$$\frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0} = \frac{\sigma - \sigma'}{\varepsilon_0} \quad \text{і} \quad \sigma' = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \sigma \quad (3.15)$$

За цією формулою можна обчислити поверхневу густину σ' зв'язаних зарядів, а, отже, і вектор поляризації \vec{P} , бо поверхневу густину σ вільних зарядів можна визначити експериментально.

Якщо діелектрик знаходиться в змінному електричному полі, то зсув електронів стає також змінним. Цей процес приводить до посилення руху частинок і, отже, до нагрівання діелектрика.

Чим частіше змінюється електричне поле, тим сильніше нагрівається діелектрик. На практиці це явище використовується для нагріву вологих матеріалів з метою їх сушки або отримання хімічних реакцій, що відбуваються при підвищеній температурі.

3.1.5. Активні діелектрики

У природі існує велика група діелектриків, переважно в твердому кристалічному стані, які виявляють макроскопічну поляризованість навіть якщо зовнішнього електричного поля немає. Це спонтанно поляризовані діелектрики, тобто такі, поляризація яких викликана не зовнішніми діями, а внутрішніми причинами.

Активними або керованими діелектриками прийнято називати такі діелектрики, властивості яких істотно залежать від зовнішніх умов – температури, тиску, напруженості поля тощо. Такі діелектрики можуть служити робочими тілами в різноманітних датчиках, перетворювачах, генераторах, модуляторах та інших активних елементах.

До активних діелектриків відносять сегнетоелектрики, п'єзоелектрики, електрети, матеріали квантової електроніки, суперіонні провідники й інші. Точна класифікація активних діелектриків неможлива, оскільки один і той же матеріал може проявляти ознаки різних активних діелектриків. Так, сегнетоелектрики часто поєднують властивості п'єзоелектриків. Крім того, немає різкої межі між активними та пасивними діелектриками. Один і той же матеріал залежно від умов експлуатації може виконувати або функції пасивного ізолятора, або активні функції перетворюючого або керуючого елемента.

Сегнетоелектриками називаються кристалічні діелектрики, які володіють в певному інтервалі температур спонтанною поляризацією, яка досить сильно змінюється під впливом зовнішніх чинників – електричного поля, деформацій, температури.

Назва «сегнетоелектрики» пішла від сегнетової солі, подвійної калій-натрієвої солі винно-кам'яної кислоти ($\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6$). Сегнетова сіль була першим матеріалом, в якому виявлена спонтанна поляризація. Властивості сегнетової солі були досконало досліджені

І.В. Курчатовим спільно з П.П. Кобеко на початку тридцятих років двадцятого століття. Монокристали сегнетової солі знайшли широке застосування для виготовлення різних приладів в 40-і роки XX століття, проте в теперішній час сегнетова сіль втратила своє технічне значення внаслідок низької вологостійкості та низьких механічних властивостей. Дуже інтенсивно почали розвиватися фундаментальні і прикладні роботи із сегнетоелектрики після відкриття Б.М. Вулом (1944 р.) сегнетоелектричних властивостей титанату барію $BaTiO_3$.

Кристалографічна модифікація, в якій сегнетоелектрик поляризований ($P_s \neq 0$), називається сегнетоелектричною фазою, а модифікація, в якій $P_s = 0$, – параелектричною фазою. При зміні температури відбувається перехід, що називається фазовим переходом, із сегнетової параелектричної фази. Отже, нижче за деяку температуру сегнетоелектрики спонтанно поляризуються, і при цьому деформується їх кристалічна решітка. Вище за температуру Кюрі сегнетоелектрики переходять в параелектричний стан, і кристалічна решітка стає симетричною. Температура, при якій кристал зазнає фазового переходу, називається *точкою Кюрі* T_c . Деякі кристали, зокрема сегнетова сіль, мають дві точки Кюрі.

Сегнетоелектричні фазові переходи є оборотними, тобто можуть відбуватися в обох напрямках. Це означає, що як від нагрівання кристала спонтанна поляризація зникає при певній температурі, то й від охолодження вона виникає в ньому при тій самій температурі.

Характерна особливість сегнетоелектриків полягає в тому, що у певному температурному інтервалі різко зростає відносна діелектрична проникність. Відносна діелектрична проникність ϵ і діелектрична сприйнятливість χ сегнетоелектриків залежить від напруженості еле-

ктричного поля в речовинах.

Для сегнетоелектриків немає прямої пропорційності між векторами електричного зміщення \vec{D} , поляризації \vec{P} і напруженістю електричного поля \vec{E} . Так, при не дуже сильних полях в сегнетоелектриках електричне зміщення \vec{D} залежить від напруженості поля \vec{E} нелінійно. Нелінійне зростання D із збільшенням E замінюється на лінійне лише при дуже великих значеннях E .

Характерною особливістю сегнетоелектриків є й те, що паралельна орієнтація дипольних моментів елементарних комірок має місце тільки в невеликих областях кристалу – доменах. Доменами називають сукупності спонтанно поляризованих елементарних комірок з паралельним розміщенням дипольних моментів. Домени в кристалі сегнетоелектрика зорієнтовані хаотично, тобто мають різні напрямки спонтанної поляризації (рис. 3.11). Тому різні ділянки граней сегнето-

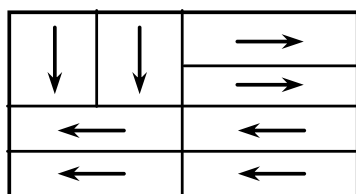


Рис.3.11. Розташування доменів в сегнетоелектриках.

електричних кристалів мають неоднакову макроскопічну поляризацію.

Утворення доменів в кристалах сегнетоелектриків пов'язано з тим, що у тому випадку, коли всі сусідні елементарні осередки кристала поляризовані в одному і тому ж напрямі, навколо кристала з'являється зовнішнє електричне поле. Наявність електричного поля підвищує енергію системи і для зниження енергії кристал мимоволі розбивається на домени.

Оскільки сумарні електричні моменти сусідніх доменів антипаралельні або перпендикулярні, то в цілому кристал сегнетоелектрика не володіє електричним моментом.

При вміщенні сегнетоелектрика в електричне поле деякі домени

мають мінімальну енергію, оскільки їх дипольні моменти співпадають з напрямком поля. Для зниження сумарної енергії матеріалу ці домени ростуть, і сумарна поляризація сегнетоелектрика збільшується. Після того, як сприятливо орієнтовані домени заповнять весь кристал, зростання поляризації припиниться.

Відомо, що діелектрична проникність є відношенням вектора електричного зсуву до вектора напруженості електричного поля. Таким чином, в інтервалі різкого зростання поляризації діелектрична проникність сегнетоелектриків максимальна.

Подібна залежність діелектричної проникності сегнетоелектриків від напруженості електричного поля дозволяє використовувати такі матеріали для виготовлення датчиків напруженості електричного поля і варикондів – нелінійних конденсаторів, місткість яких залежить від прикладеної напруги.

Для сегнетоелектриків характерне явище діелектричного гістерезису, яке полягає у відставанні змін вектора поляризації \vec{P} від змін вектора напруженості \vec{E} електричного поля (рис. 3.12). Тобто, якщо в поляризованому до насичення сегнетоелектрику зменшити напруженість поля до нуля, то поляризація до нуля не зменшиться, а матиме деяке залишкове значення. Така поляризація називається *залишковою*.

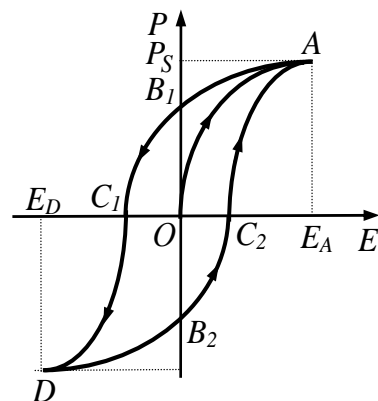


Рис.3.12. Діелектричний гістерезис.

Розглянемо цей процес детальніше.

Якщо неполяризований сегнетоелектрик помістити в електричне поле та збільшувати напруженість поля E , то викликана цим полем поляризація зростає вздовж кривої OA , яка називається основною

кривою поляризації сегнетоелектрика. E_A – напруженість поля, при якій досягається величина спонтанної поляризації P_s .

При зменшенні поля E поляризація зменшується не вздовж кривої AO , а вздовж кривої AB_1 , причому в точці B_1 зовнішнє поле відсутнє, але сегнетоелектрик поляризований. При зміні напрямку зовнішнього поля вектор поляризації зменшується до нуля в точці C_1 , а потім, змінивши свій напрямок, зростає за величиною вздовж кривої C_1D . Наступна зміна зовнішнього поля від E_D до E_A супроводжується зміною вектора поляризації вздовж кривої DB_2C_2A . В точках B_1 і B_2 спостерігається залишкова поляризація. Величина напруженості поля в точках C_1 і C_2 , при якій поляризація сегнетоелектрика дорівнює нулю, називається коерцитивною силою.

При періодичній зміні поляризації сегнетоелектрика на подолання тертя під час повертання електричних моментів витрачається електрична енергія, яка йде на нагрівання сегнетоелектрика. Площа петлі гістерезису пропорційна до електричної енергії, що перетворюється у внутрішню енергію в одиниці об'єму сегнетоелектрика за один цикл.

3.1.6. Піроелектричний та п'єзоелектричний ефект

У природі існує багато кристалічних речовин, які при деформаціях у певних напрямках поляризуються. *П'єзоелектрика* (від греч. *piézo* — тисну і електрика) – явище виникнення поляризації діелектрика під дією механічної напруги (*прямий п'єзоелектричний ефект*) і виникнення механічних деформацій під дією електричного поля (*зворотний п'єзоелектричний ефект*). Прямий і зворотний п'єзоелектричний ефекти спостерігаються в одних і тих же кристалах —

п'єзоелектриках.

У 1880 році братами П. і Ж. Кюрі був відкритий прямий п'єзо-ефект – виникнення електростатичних зарядів на пластинці, вирізаній з кристала кварцу, під дією механічної напруги. Ці заряди пропорційні механічній напрузі, змінюють знак разом з нею і зникають після зняття напруги. Надалі п'єзоелектричні властивості були виявлені більш ніж у 1500 речовин, з яких широко використовується сегнетова сіль, титанат барію та інші.

Разом з прямим п'єзоэффектом, спостерігається і зворотний п'єзо-ефект, коли під дією електричного поля виникає механічна деформація кристалу, причому величина механічної деформації прямо пропорційна напруженості електричного поля. Зворотний п'єзоэффект не слід плутати з *електрострикцією* – деформацією діелектриків під дією електричного поля. Електрострикція спостерігається як в твердих діелектриках, так і в рідких, тоді як п'єзоэффект спостерігається тільки в твердих діелектриках з певною кристалічною структурою. Крім того, при електрострикції спостерігається квадратична залежність між напруженістю поля і деформацією, а при п'єзоэффекті – залежність лінійна.

П'єзоелектричний ефект спостерігається тільки тоді, коли кристалічна решітка діелектрика несиметрична. Це пояснюється тим, що при деформації кристалу центр симетрії зберігається, а за наявності центру симетрії не може бути поляризації (рис. 3.13). Наявність інших елементів симетрії (осі, площини симетрії) може «забороняти» появу поляризації в певних напрямках або при деяких певних деформаціях. Відсутність центру симетрії кристалічної решітки є необхідною, але недостатньою умовою появи п'єзоелектричного ефекту.



Рис. 3.13. Модель кристалу, що володіє центром симетрії та такого, що не має центру симетрії до стискання (а) та після стискання (б).

При прямому п'єзоефекті заряди на поверхні діелектрика пропорційні прикладеній силі.

$$Q = dF, \quad (3.16)$$

де Q – величина заряду, F – величина прикладеної сили, d – коефіцієнт пропорційності між зарядом і прикладеною силою, який має назву *п'єзомодуль*.

Поділивши величину заряду і прикладену силу на площу S , одержимо:

$$\frac{Q}{s} = d \frac{F}{s}, \quad (3.17)$$

$$\text{або} \quad Q_s = P = d\sigma \quad (3.18)$$

де: Q_s – поверхнева густина зарядів, P – поляризація, σ – механічна напруга.

Для випадку зворотного п'єзоефекту п'єзомодуль пов'язує величину відносної деформації кристалу з напруженістю електричного поля:

$$\frac{\Delta l}{l} = \varepsilon = dE. \quad (3.19)$$

Важливо відзначити, що приведені співвідношення мають лише якісний характер. Реальний опис п'єзоелектричного ефекту набагато складніший. Річ у тім, що механічна напруга є тензорною величиною, що має шість незалежних компонентів, тоді як поляризація є вектор-

ною величиною. Тому п'єзомодуль, що встановлює зв'язок між вектором поляризації і механічною напругою, є тензором третього рангу, що має 18 незалежних компонентів. У тензорній формі рівняння прямого і зворотного п'єзоефектів приймають наступний вигляд:

$$P_i = d_{ij} \sigma_j ; \quad \varepsilon_j = d_{ij} E_i , \quad (3.20)$$

де $i = 1, 2, 3$ – компоненти вектора поляризації; $j = 1, 2, \dots, 6$ – компоненти тензора механічної напруги або деформацій.

Крім п'єзомодуля ще однією важливою характеристикою п'єзоелектриків є коефіцієнт електромеханічного зв'язку k . Квадрат цього коефіцієнта є відношенням механічної енергії до повної електричної енергії одержаної від джерела живлення.

Піроелектрика, явище виникнення електричного поля в деяких кристалах (піроелектриках) при їх нагріванні або охолодженні. Піроелектрики (від грец. *pyr* — вогонь), кристалічні діелектрики, що володіють спонтанною поляризацією, тобто поляризацією за відсутності зовнішнього поля. Звичайно спонтанна поляризація піроелектриків не помітна, оскільки електричне поле, що створюється нею, компенсується полем вільних електричних зарядів, які «натікають» на поверхню піроелектрика з його об'єму і з навколишнього повітря. При зміні температури величина спонтанної поляризації змінюється, що викликає появу електричного поля, яке можна спостерігати, поки вільні заряди не встигнуть його компенсувати. Це явище називається *піроелектричним ефектом* (піроелектрикою).

Перша згадка про піроелектричний ефект міститься в записках Теофрастуса, датованих 314 р. до н. е., який відмітив, що нагріті кристали турмаліну притягають до себе соломинки і частинки попелу. Властивості турмаліну були відкриті знову в 1707 році І.Г. Шмідтом.

Зв'язок явища піроелектрики з електричними явищами був доведений російським академіком Епінусом в 1756 році. Піроелектрики досліджувалися такими ученими як Дж. Кантоном, Д. Брюстером, П. Кюрі, А. Кундтом та іншими.

Типовий піроелектрик — турмалін. У ньому при зміні температури на 1°C виникає поле $E \sim 400\text{ В/см}$. Зміна спонтанної поляризації та поява електричного поля в піроелектриках може відбуватися не тільки при зміні температури, але і при деформації. Таким чином, всі піроелектрики — п'єзоелектрики, але не навпаки (див. схему на рис. 3.14).

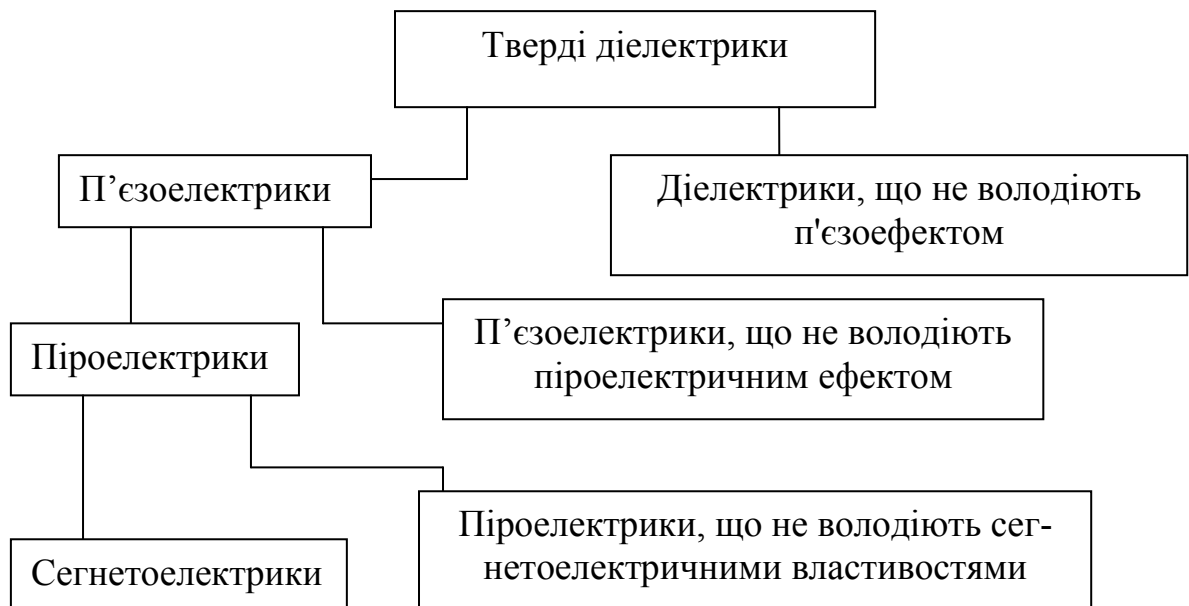


Рис. 3.14. Властивості твердих діелектриків.

Розглянемо суть цього ефекту. У деяких кристалічних діелектриків у стані термодинамічної рівноваги в результаті дії внутрішніх сил підрешітка позитивних іонів зміщена відносно підрешітки негативних іонів. Це зумовлює їхню спонтанну макроскопічну поляризацію. При швидкій зміні температури змінюється й зміщення іонних підрешіток кристалів, внаслідок чого на гранях виникають додаткові

зв'язані заряди протилежних знаків, тобто змінюється їхня поляризованість. Наявність цих зарядів і фіксують у макроскопічних дослідах.

Густина зарядів, які виникають в піроелектричному ефекті, пропорційна зміні температури:

$$\sigma_{ze} = p\Delta T, \quad (3.21)$$

де p – піроелектрична константа, значення якої має порядок 10^{-3} Кл/(м²·К).

При накладанні зовнішнього електричного поля на кристали піроелектриків їхня поляризованість змінюється дуже слабо. Це свідчить про те, що якщо немає зовнішнього поля, кристали піроелектриків практично поляризовані до насичення. Особливістю піроелектриків є те, що в них при зміні температури і замиканні протилежних граней провідником виникає електричний струм, напрям якого змінюється залежно від того, нагрівається піроелектрик чи охолоджується. Цей процес оборотний і може бути повторений багаторазово.

Як відомо, при зміні температури змінюється і розмір кристалів, тобто вони деформуються. Це приводить до виникнення на поверхні кристалів додаткових зв'язаних зарядів. Тому поляризованість кристалів, що відбувається при зміні температури, але без зміни форми та об'єму, якщо немає градієнта температури називають *первинним піроелектричним ефектом*. Поляризованість в результаті теплової деформації називають *вторинним піроелектричним ефектом*. Якщо крім цього наявний ще й градієнт температури, то додаткову електризацію називають *третинним піроелектричним ефектом*.

Піроелектрики в природі дуже поширені. Із 32 класів симетрії кристалів піроелектричні властивості мають 10. Особливою групою піроелектриків є сегнетоелектрики. Якщо нагрівати сегнетоелектрик,

то при певній температурі спонтанна поляризація в ньому зникне і кристал переходить в непіроелектричний стан (фазовий перехід). В області температур, близьких до температури фазового переходу, величина спонтанної поляризації різко змінюється із зміною температури, так що піроелектричний ефект в цій області особливо великий.

Існує ефект, зворотний піроелектричному: якщо піроелектрик помістити в електричне поле, то його поляризація змінюється, що супроводжується нагріванням або охолодженням кристала. Зміна температури при цьому прямо пропорційна напруженості електричного поля. Це явище ще називають *лінійним електрокалоричним ефектом*. Існує і *квадратичний електрокалоричний ефект*, коли зміна температури $\sim E^2$.

Піроелектрики широко застосовуються в сучасній техніці як індикатори і приймачі випромінювань та пристрої теплового бачення. Їх дія заснована на реєстрації електричних сигналів, що виникають в піроелектриках при зміні їх температури під дією випромінювання.

3.1.7. Пробій діелектрика

Пробоєм діелектрика називають явище, яке приводить до втрати діелектриком його електроізоляційних властивостей з утворенням каналу високої провідності. Будь-який діелектрик може бути використаний тільки при напруженостях поля, що не перевищує граничного значення. Якщо напруженість поля перевищить деяке критичне значення, відбудеться пробій діелектрика, при цьому наскрізний струм, що йде через діелектрик, різко зростає (рис. 3.15), а опір діелектрика падає до дуже низької величини.

Значення напруженості електричного поля, при досягненні

якого в діелектрику відбувається пробій, називають *електричною міцністю діелектрика* E_{np} , а відповідне значення напруги називають *пробивною напругою* U_{np} .



Рис. 3.15. Залежність струму від напруги під час пробою діелектрика [7].

Величина напруженості електричного поля, яка допускається в діелектрику при його використанні в електричних установках, називається *допустимою напруженістю*. Допустима напруженість звичайно у декілька разів менше пробивної. Відношення пробивної напруженості до допустимої визначає *запас міцності* діелектрика.

Пробивна напруга діелектрика залежить від його товщини. Для найпростішого випадку однорідного поля в діелектрику можна прийняти

$$U_{np} = E_{np} h, \quad (3.22)$$

де h — товщина діелектрика в місці пробою.

Електрична міцність E_{np} є одним з найважливіших параметрів електроізоляційного матеріалу. На її значення впливають однорідність поля (зв'язана з формою електродів), час знаходження під напругою, вид напруги, частота, температура, вологість діелектрика.

Явища, що мають місце в діелектрику після пробою, визначаються як видом електроізоляційного матеріалу, так і потужністю джерела електричної енергії. Так, у газах у місці пробою утвориться канал газорозрядної плазми, у рідких діелектриках відбувається закипання та газовиділення, а у твердих діелектриках у місці пробою залишається слід у вигляді пропаленого чи проплавленого отвору. Га-

зоподібні й рідкі діелектрики після пробою при знятті напруги, як правило, відновлюють свої ізоляційні властивості в силу рухливості молекул (за умови, що потужність і тривалість електричної дуги не були настільки значними, щоб викликати необоротні структурні зміни діелектрика). У твердих діелектриках у каналі пробою можуть залишатися провідні продукти розкладання, тому електроізоляційні властивості твердого діелектрика після зняття напруги не відновлюються.

Фізична природа пробою твердих тіл дуже різна. Розрізняють декілька видів пробою: електричний пробій однорідних діелектриків, електричний пробій неоднорідних діелектриків, електротепловий пробій, електрохімічний пробій.

Електричний пробій однорідних діелектриків є суто електронним процесом, який полягає в утворенні у діелектрику електронної лавини з невеликого числа електронів під дією сильного електричного поля. Цей вид пробою характеризується швидким перебігом, він триває 10^{-7} – 10^{-8} с. За електричного пробою однорідних матеріалів велике значення має неоднорідність електричного поля. Пробивні напруги в однорідному та неоднорідному електричних полях надто відрізняються. Таким чином, ті самі зразки в полях різного ступеня неоднорідності виявляють різні значення електричної міцності.

З числа неоднорідних діелектриків електричний пробій найчастіше спостерігається в твердих пористих діелектриках. Пористість визначається самою природою діелектрика або з'являється в процесі експлуатації. Наявність газових (повітряних) включень в таких діелектриках призводить при підвищених напругах до розвитку ударної іонізації. Осередки внутрішньої іонізації в порах руйнують твердий компонент через бомбардування іонами та електронами. Електричний

пробій неоднорідних діелектриків також характеризується швидким перебігом; пробивні напруги є невисокі та практично не відрізняються в однорідних та неоднорідних електричних полях.

У багатьох технічних діелектриків електрична міцність практично не залежить від температури до певного її значення. Вище за це значення електричної міцності різко падає із збільшенням температури, що свідчить про появу електротеплового пробою. Причиною електротеплового пробою твердого діелектрика є його руйнування під впливом тепла, яке виділяється через діелектричні втрати. *Електро-тепловий пробій* виникає у разі, коли кількість тепла, що виділяється всередині діелектрика через діелектричні втрати, буде більшою за кількість тепла, що відводиться в навколишнє середовище. Пробивна напруга при цьому виді пробою залежить від низки чинників: частоти електричного поля, умов охолодження, температури навколишнього середовища, а також пов'язана з нагрівостійкістю матеріалу. Електротепловий пробій є більш імовірним при високих температурах, за високої частоти і тривалого впливу напруги.

Електрохімічний пробій зумовлений хімічними процесами, що протікають в діелектрику під впливом електричного поля. Хімічні зміни приводять до старіння діелектрика, тобто до поступового незворотного зменшення опору, а отже, до постійного зменшення електричної міцності. Такий процес особливо помітно проявляється за постійної напруги та низьких частот, в умовах підвищення температури і вологості повітря та потребує тривалого часу.

Існує також так званий *поверхневий пробій*, який по суті не руйнує твердий діелектрик, але поява провідного каналу в газоподібному діелектрику поблизу поверхні твердого діелектрика знижує пробивну

напругу.

Найкращими діелектриками є вакуум і газы, особливо при високому тиску. Електричний пробій в газах є наслідком розвитку процесів ударної та фотонної іонізації.

Рідинні діелектрики мають значно більший запас міцності ніж газы. Наявність в рідині домішок значно знижує пробивну напругу і ускладнює з'ясування механізму пробою. Більша електрична міцність рідин пояснюється малою довжиною вільного пробігу молекул. В технічно чистих рідинах пробій пов'язаний з локальним перегріванням рідини та закипанням її в місцях найбільшої кількості домішок. Таким чином, очищення рідин значно збільшує їх електричну міцність.

У газів і рідких діелектриків ізолюючі властивості відновлюються при пониженні напруженості поля до величини, менше пробивної напруженості.

3.1.7. Використання діелектриків в техніці

Пасивні властивості діелектричних матеріалів використовуються, коли їх застосовують як електроізоляційні матеріали та діелектрики конденсаторів звичайних типів. *Електроізоляційними матеріалами* називають діелектрики, які не допускають витоку електричних зарядів, тобто з їх допомогою відокремлюють електричні кола одне від одного або струмопровідні частини пристроїв, приладів й апаратів від провідних, але не струмопровідних частин (від корпусу, від землі). У цих випадках діелектрична проникність матеріалу не віграє особливої ролі або вона повинна бути малою, щоб не вносити в схеми паразитних ємностей. Якщо матеріал використовується як діелектрик конденсатора певної ємності, то бажано, щоб цей матеріал мав велику ді-

електричну проникність.

Такі діелектрики використовуються й в енергетиці в якості ізоляційних матеріалів:

- ізоляція ліній та підстанцій – це фарфор, скло і кремнійорганічна гума в підвісних ізоляторах повітряних ліній; фарфор – в опорних і прохідних ізоляторах; склопластики, поліетилен, папір – у висковольтних лініях; папір, полімери – в силових кабелях;
- ізоляція електричних приладів – папір, гетинакс, склотекстоліт, полімери, слюдяні матеріали;
- машин, апаратів – папір, картон, лаки, компаунди, полімери;
- конденсатори різних видів – полімерні плівки, папір, оксиди, нітриди.

З практичної точки зору у кожному випадку вибору матеріалу електричної ізоляції слід аналізувати умови роботи й обирати матеріал ізоляції відповідно до комплексу вимог.

У техніці найбільш часто використовують іонні сегнетоелектрики, що пов'язано з їх електричними і вологостійкими властивостями. Найважливішими напрямками використання сегнетоелектриків є такі:

- низькочастотні конденсатори з великою питомою ємністю;
- вариконди, тобто конденсатори, ємність яких змінюється залежно від напруги;
- електро- та акустооптика, нелінійна оптика;
- системи обробки інформації, комірки пам'яті для ЕОМ (наявність гістерезису дозволяє мати два стани, що є необхідними для запам'ятовуючих комірок);
- п'єзоелектрики використовують за прямого та оберненого ефекту;

- піроелектрики використовують для перетворення теплової енергії в електричну.

П'єзоелектричні діелектрики використовують в якості резонаторів із заданою резонансною частотою для стабілізації частоти генераторів.

Окрім цього, дуже поширеною є сегнетокераміка (п'єзокераміка) із заданими діелектричними властивостями. Такі матеріали використовують для побудови потужних ультразвукових випромінювачів для дефектоскопії, механічної обробки матеріалів, гідроакустики. З п'єзокераміки виготовляють мікрофони, телефони, гучномовці, датчики тиску, деформації, прискорень. Подвійне перетворення енергії використовують для фільтрів, ліній затримки та п'єзотрансформаторів. Останні дозволяють здобувати великі напруги і використовують для живлення електроннопроменевих трубок, лічильників Гейгера тощо.

П'єзоелектричні матеріали використовують для виготовлення адаптерів для відтворення звуку, а також різних приладів для вимірювання частоти й амплітуди вібрацій двигунів, турбін, літаків тощо; п'єзоелектричні сейсмографи служать для реєстрації коливань земної кори. Дослідження, розробка і впровадження сегнетоелектриків є однією з прикладних проблем фізики діелектриків, яка розвивається дуже швидкими темпами.

3.2. Магнітні властивості твердих тіл

Як відомо, магнітних зарядів, подібних до електричних, у природі не виявлено. Рівень знань сучасної фізики дає змогу зробити висновки, що єдиними джерелами магнітного поля є рухомі електричні

заряди або струми. Це підтверджує *ідею Ампера*, що магнетизм речовини можна пояснити наявністю мікроскопічних електричних струмів, рівномірно розподілених у всьому об'ємі речовини.

За напівкласичною теорією Резерфорда-Бора електрони в атомах обертаються замкненими орбітами навколо позитивно заряджених ядер. Електрони також здійснюють обертальний рух навколо власних осей і з цим внутрішнім обертанням пов'язаний певний момент імпульсу, який називають спіном електрона. Спіновий обертальний момент мають також і ядра атомів. Орбітальні та спінові рухи заряджених частинок атомів утворюють мікроскопічні струми, які є джерелами магнітного поля речовини. За сучасною квантовою теорією поведінка заряджених частинок в атомах складніша, ніж описана вище. Однак важливо те, що ці частинки перебувають у безперервному русі, а з цими рухами пов'язані механічний та магнітний моменти. За сучасними поглядами магнітні властивості речовини зумовлені трьома причинами:

- орбітальним магнітним моментом електронів, який виникає внаслідок їхніх рухів навколо ядер;
- магнітним моментом електронів, який знаходиться у певному співвідношенні з власним механічним моментом — спіном;
- власним магнітним моментом, або спіном, атомних ядер.

Рух атомних ядер через їхню велику масу значно повільніший від руху електронів. Отже, магнітні моменти атомних ядер на кілька порядків менші від орбітальних і спінових магнітних моментів електронів, тому часто при розгляді магнітних властивостей речовини ними нехтують. Магнітні моменти електронів і ядер за принципом суперпо-

зиції полів додають і дістають результуючий магнітний момент атома або молекули.

Атоми і молекули речовини перебувають у безперервному хаотичному русі. Їхні результуючі магнітні моменти в кожний момент часу орієнтовані в просторі статистично рівномірно в усіх напрямках, тому збуджувані ними магнітні поля взаємно компенсуються. При внесенні в зовнішнє магнітне поле магнітні моменти атомів речовини набувають переважної орієнтації у напрямі зовнішнього поля і речовина стає джерелом додаткового магнітного поля. Отже, речовини в зовнішньому магнітному полі змінюються так, що самі стають джерелами магнітного поля, їх називають *магнетиками*. При цьому в кожній точці простору, де є речовина, індукція магнітного поля дорівнює векторній сумі індукцій зовнішнього магнітного поля і магнітного поля магнетика. Набуття магнітних властивостей речовиною під дією зовнішнього магнітного поля називають *намагнічуванням магнетика*.

Магнетики поділяють на три основних класи: діамагнетики, парамагнетики і феромагнетики. Більшість речовин у зовнішньому полі намагнічуються слабо (діа- і парамагнетики). Сильні магнітні властивості мають тільки феромагнітні речовини (залізо, нікель, кобальт, їхні сплави). Значна кількість магнетиків після припинення дії зовнішнього магнітного поля втрачає намагнічення. Однак є речовини, в яких намагнічення залишається на довгий час і тільки механічними діями або нагріванням їх можна розмагнітити. Такі намагнічені тіла називають *постійними магнітами*.

Магнітні поля, збуджувані орбітальним та спіновим рухом електронів і атомних ядер, еквівалентні відповідним полям струмів,

які «проходять» в атомах речовини. Ці струми називають *молекулярними*. Внаслідок хаотичного руху атомів величина і напрям молекулярних струмів безперервно і швидко змінюються в просторі й часі. Відповідних змін на атомних відстанях зазнають і збуджовані ними мікроскопічні поля. Не існує методів вимірювання молекулярних струмів і мікроскопічних параметрів збуджованих ними магнітних полів. Тому для характеристики магнітних полів у магнетиках вводять макроскопічні параметри, які являють собою усереднення відповідних мікроскопічних параметрів фізично нескінченного малого об'єму. Основною характеристикою магнітного поля в речовині, як і у вакуумі, є вектор індукції поля \vec{B} , який одержують усередненням напруженості мікроскопічного магнітного поля фізично нескінченим малим об'ємом магнетика. Аналогічне усереднення здійснюють і для молекулярних струмів, які називають струмами намагнічення, а їх густину позначають \vec{J}_m . У магнетиках можуть бути розміщені також і провідники зі струмами провідності \vec{J} . Тому в загальному випадку поле \vec{B} в магнетиках може збуджуватись струмами провідності \vec{J} і струмами намагнічення \vec{J}_m . Якщо \vec{J} і \vec{J}_m відомі, то величину \vec{B} в магнетиках можна розраховувати за формулами:

$$\oint_s \vec{B} d\vec{s} = 0, \text{ або } \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (3.23)$$

і

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I + I_m), \text{ або } \operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 (\vec{J} + \vec{J}_m), \quad (3.24)$$

де I_m – повний струм намагнічення, який охоплюється замкненим контуром L . Густина струму намагнічення безпосередньо експериментально також визначити не можна. Тому для характеристики намагнічено-

сті однорідного магнетика вводять новий параметр — *вектор намагніченості* \vec{M} , який чисельно дорівнює сумарному магнітному моменту одиниці об'єму намагніченої речовини

$$\vec{M} = \frac{\sum \vec{p}_m}{\Delta V}, \text{ або } \vec{M} = n\vec{p}_m, \quad (3.25)$$

де \vec{p}_m — середній магнітний момент молекулярних струмів однієї молекули; n — середня кількість молекул в одиниці об'єму магнетика. З цієї формули встановимо одиницю вимірювання M :

$$[M] = [1 \frac{\text{А} \cdot \text{м}^2}{\text{м}^3}] = [1 \frac{\text{А}}{\text{м}}].$$

А отже, вектор намагніченості \vec{M} вимірюють у тих самих одиницях, що й напруженість магнітного поля \vec{H} . В електростатиці аналогом вектора намагніченості є вектор поляризації \vec{P} .

Існує зв'язок між векторами намагніченості \vec{M} і об'ємною густиною струмів намагнічення:

$$\text{rot } \vec{M} = \vec{J}_m. \quad (3.26)$$

За цією формулою і визначеними експериментально значеннями \vec{M} розраховують \vec{J}_m .

3.2.1. Досліди Штерна–Герлаха. Гіромагнітне відношення

Бор довів наступну теорему: *у стані термодинамічної рівноваги система електрично заряджених частинок (електронів, атомних ядер тощо), поміщена у постійне магнітне поле, не змогла б мати магнітного моменту, якщо б вона строго підпорядковувалась законам класичної фізики.* Тому для пояснення магнітних властивостей речовин необхідно використовувати квантові уявлення.

Розглянемо детальніше, ґрунтуючись як на класичних, так і на

квантових уявленнях, магнітні моменти, оскільки намагнічення пов'язане з переорієнтацією магнітних моментів речовини в певному напрямі.

Наочне уявлення про взаємозв'язки магнітних і механічних властивостей частинок дає розгляд орбітального руху електронів.

Наочний і безпосередній доказ просторового квантування магнітного моменту, а також наявність у електрона власного магнітного моменту було одержано німецькими фізиками О. Штерном і В. Герлахом в дослідях, поставлених ними в 1922 р. У вакуумованій установці досліджувалося проходження вузького пучка атомів срібла (Ag), що рухалися у напрямі осі x , через область сильно неоднорідного (уздовж осі z) магнітного поля. Після проходження цієї області атоми срібла фіксувалися на екрані. У неоднорідному магнітному полі атоми, що володіють магнітним моментом, повинні відхилятися від напрямку їх первинного розповсюдження. На атом з магнітним моментом \vec{p}_m в неоднорідному магнітному полі ($\frac{\partial \vec{H}}{\partial z} \neq 0$) діє сила, що дорівнює

$$\vec{F} = (\vec{p}_m, \vec{\nabla}) \vec{H}. \quad (3.27)$$

Якщо магнітний момент атома \vec{p}_m направлений під кутом θ до осі z ,

то ця сила рівна:

$$F = p_m \frac{\partial H}{\partial z} \cos \theta. \quad (3.28)$$

Під впливом цієї сили атом відхилятиметься уздовж осі z на величину

$$Z_\theta = \frac{1}{2} \frac{p_m}{M} \left(\frac{\partial H}{\partial z} \right)_{cp} t^2 \cos \theta, \quad (3.29)$$

де M – маса атома. Час прольоту в магнітному в полі t визначається з

умови $t = \frac{l}{v}$, де l – довжина магніту, v – швидкість атомів уздовж осі x .

Якби всі значення кутів θ були рівноімовірні, то при ввімкненні магнітного поля на екрані замість сфокусованого в точці O зображення одержали б широкую смугу в межах від O_1 до O_2 (рис. 3.16, *а*). Проте в досліді Штерна-Герлаха атомний пучок розщеплювався на дві компоненти, симетрично розташовані щодо первинного напрямку (рис. 3.16, *б*). Отриманий результат означає, що атоми пучка володіють магнітним моментом \vec{p}_m , проекція якого p_{m_z} в полі \vec{H} приймає тільки два значення p_{m_z} , тобто проекція магнітного моменту квантується (приймає дискретні значення). Це узго-

джується з теоретичними уявленнями про просторове квантування проекції магнітного моменту атома на напрям зовнішнього магнітного поля \vec{H} : $p_{m_z} = m M_B$ (при $m = \pm 1$). Проте, якщо $m = \pm 1$, то ми маємо справу, принаймні, з орбітальним квантовим числом $l = 1$. Тому крім атомів з проекціями $m = \pm 1$ повинні бути атоми з проекцією з $m = 0$, для яких магнітна сила рівна 0 і які б не відхилялися від відмітки 0 на екрані.

У досліді Штерна-Герлаха використовувалися атоми срібла, в основному стані, у яких на зовнішній електронній оболонці знаходиться один електрон в s -стані. Електрон в s -стані не володіє орбітальним і магнітним моментами (орбітальне квантове число $l = 0$). Те, що атоми срібла відхиляються в магнітному полі, означає, що магніт-



Рис.3.16. До пояснення досліду Штерна та Герлаха.

У досліді Штерна-Герлаха використовувалися атоми срібла, в основному стані, у яких на зовнішній електронній оболонці знаходиться один електрон в s -стані. Електрон в s -стані не володіє орбітальним і магнітним моментами (орбітальне квантове число $l = 0$). Те, що атоми срібла відхиляються в магнітному полі, означає, що магніт-

ний момент атома може бути пов'язаний тільки з існуванням власного магнітного моменту електрона. Дослід Штерна–Герлаха та інші експерименти привели Уленбека і Гаудсмита (1925 р.) до гіпотези існування у електрона власного механічного моменту – *спіну*. Оскільки проекція спіну електрона рівна $S_z = \pm \frac{\hbar}{2}$ і маємо тільки два значення магнітного моменту

$$M_B = \pm \frac{e\hbar}{2m_0}, \quad (3.30)$$

тому в своєму досліді Штерн і Герлах одержали дві розщеплені смужки.

У воднеподібних атомів стан електрона може бути заданий набором чотирьох квантових чисел (n, l, m і m_s). Тут n – головне квантове число; l – орбітальне квантове число; m – магнітне квантове число; m_s – спінове квантове число. Тоді магнітний момент, викликаний орбітальним рухом електрона рівний:

$$p_m = -m \frac{e\hbar}{2m_0} = m M_B, \quad (3.31)$$

де $m=0; \pm 1; \pm 2; \dots$, а $M_B = \frac{e\hbar}{2m_0c} = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$ – магнетон Бора.

Механічний момент орбітального руху електрона позначимо як і раніше L , його проекція рівна $L_z = m \hbar$. (3.32)

Відношення $g_L = \frac{p_m}{L_z} = -\frac{e}{2m_0}$ називається *магнітомеханічним* або *гіромагнітним відношенням*. Для орбітального руху воно виражається через світові константи.

Неважко побачити, що до такого ж результату приводять обчислення за напівкласичною моделлю атома Бору. Струм створюваний

рухомим орбітою радіусом r електроном, визначається (див. рис.):

$$I = -\frac{e}{T}, \quad \text{де } T = \frac{2\pi r}{v} - \text{період обертання електрона орбітою, } v - \text{швидкість орбітального руху.}$$

Тоді магнітний момент орбітального руху електрона записується:

$$p_m = IS = -\frac{ev}{2\pi r} \pi r^2 = -\frac{evr}{2}, \quad (3.33)$$

а оскільки механічний момент руху електрона рівний: $L = mvr$, то орбітальне гіромагнітне відношення буде дорівнювати :

$$g_L = \frac{p_m}{L_z} = -\frac{e}{2m_0}, \quad (3.34)$$

що співпадає з квантовим гіромагнітним відношенням.

Розглянемо спінові механічний і магнітний моменти. У квантовій фізиці одержуємо, що проекція власного моменту кількості руху електрона визначається $S_z = \pm \frac{\hbar}{2}$, а відповідний спіновий магнітний момент дорівнює магнетону Бора M_B .

Звідси одержуємо спінове гіромагнітне відношення, яке в 2 рази більше за орбітальне гіромагнітне відношення:

$$g_s = -\frac{e}{m_0}.$$

Важливо, що в рамках класичної фізики, яка розглядає електрон як заряджений об'єкт, що обертається, не отримується в цьому випадку правильного результату, що свідчить про непридатність класичної моделі опису електрона. У квантовій механіці одержуємо, що момент імпульсу, його проекції та магнітний момент можуть приймати тільки дискретні значення.

Повний механічний і магнітний моменти будь-якого багатоелектронного атома отримуються векторним додаванням орбітальних і спінових моментів. При додаванні цих моментів магнітні орбітальні

та спінові моменти взаємодіють між собою. Це – так звана *спін-орбітальна взаємодія*. Можуть існувати стани атомів і молекул, де механічні й магнітні моменти рівні 0, тобто вони компенсуються. Наприклад: у замкнутих (заповнених електронами) оболонках в атомах сумарний механічний і магнітний моменти рівні нулю.

Якщо в атомі оболонки незамкнуті, то магнітний момент атома в цілому визначається сумою повного орбітального та повного спінового моментів. А оскільки g_L і g_S відрізняються один від одного, то може виникати ситуація, коли механічний момент не колінеарний магнітному моменту. При цьому проекції, маючи певні значення, дають нові значення гіромагнітних відношень.

Зрозуміло, що для кожної частинки (атома або молекули речовини) магнітомеханічне відношення має цілком певне значення. Тому експериментальне дослідження магнітомеханічних (гіромагнітних) відношень дозволяє зробити висновок про природу носіїв магнетизму в різних речовинах.

3.2.2. Магнітомеханічні досліді Ейнштейна-де Гааза. Ефект Барнетта

Експериментальне дослідження гіромагнітних відношень дозволяє визначити, чим обумовлена намагніченість, і що відповідає за її появу – орбітальний рух або спінові ефекти.

Ідея досліді Ейнштейна-де Гааза (1915 р.) полягала в наступному: коли відбувається намагнічення зразка, магнітні моменти повертаються, але з ними пов'язані механічні моменти атомів або молекул, які також змінюються. Ці зміни механічних моментів відбуваються за рахунок внутрішніх сил, тобто якщо система замкнута, то кристалічна решітка повинна одержати зворотний механічний момент (оскільки

повний момент зразка зберігається).

Уявимо досліджувану речовину як дві підсистеми: електронні оболонки атомів і кристалічну решітку. Нехай магнітні властивості речовини обумовлені електронами атомних електронних оболонок. При намагніченні зразка атомні магнітні моменти \vec{p}_m повертаються, прагнучи зорієнтуватися уздовж вектора індукції \vec{B}_0 зовнішнього магнітного поля. Проте з магнітними моментами атомів пов'язані механічні моменти кількості руху електронів оболонок атомів, які рівні $\frac{p_m}{g}$ та які також змінюються. Ці зміни механічних моментів відбуваються за рахунок взаємодій між атомами, тобто внутрішніх сил, тому якщо система замкнута, то повний момент кількості руху не може змінитися і кристалічна решітка повинна одержати такий же за величиною, але протилежний за знаком механічний момент.

Магнітний момент зразка дорівнює $\vec{M} \cdot V$, де \vec{M} – вектор намагнічення, V – об'єм зразка. Тоді в результаті намагнічення момент кількості руху електронних оболонок в речовині збільшується на величину:

$$\vec{L}_{ел} = \frac{\vec{M} \cdot V}{g} = \frac{V}{g} \vec{M} \quad (3.35)$$

Звідси слідує, що кристалічна решітка зразка повинна одержати такий же за величиною момент кількості руху, але протилежного знаку, тобто

$$\vec{L}_{реш} = -\frac{V}{g} \vec{M} . \quad (3.36)$$

Тому, якщо до намагнічення зразок знаходився в стані спокою, то в результаті намагнічення він повинен прийти в обертання.

Якщо I_z – момент інерції тіла, то $L_z = I_z \cdot \omega$ і кутова швидкість ω обертання тіла може бути знайдена з рівняння:

$$I_z \cdot \omega = -\frac{V}{g} \vec{M}. \quad (3.37)$$

Експеримент проводився наступним чином. Невеликий залізний циліндр підвішувався на якнайтоншій кварцовій нитці й поміщався всередину соленоїда, в якому створювалося магнітне поле. Повороти циліндра фіксувалися за допомогою маленького дзеркальця, що було скріплене з ним.

Оцінимо величину ефекту. Припустимо, що циліндр радіусом r і масою m намагнічується до насичення. Далі, нехай кожен атом в зразку володіє магнітним моментом, рівним одному магнетону Бору

$M_B = \frac{e\hbar}{2m_0}$, тоді магнітний момент всього зразка буде дорівнювати

$M \cdot V = NM_B = \frac{m}{A} N_A M_B$, де N_A – число Авогадро, а A – атомна маса.

Враховуючи, що для циліндра момент інерції $I_z = \frac{1}{2}mr^2$, одержуємо:

$$\frac{1}{2}mr^2\omega = -\frac{m}{gA}N_A M_B \quad (3.38)$$

і звідси одержуємо:

$$\omega = -\frac{1}{g} \frac{2N_A M_B}{Ar^2}. \quad (3.39)$$

Звідси, наприклад, для залізного ($A = 56$) циліндра радіусом $r = 1$ мм ця формула дає значення кутової швидкості, рівне $\omega \approx 10^{-3}$ рад/с. Ефект дуже малий. Тому Ейнштейн і де Гааз, прагнучи посилення ефекту, пропускали обмоткою соленоїда змінний струм. У змінному магнітному полі зразок, періодично намагнічуючись і роз-

магнітуючись, приходив в коливальний рух. Ефект посилювався, якщо частота зміни зовнішнього поля (частота змінного струму, що змінювалася в досліді) співпадала з частотою власних коливань циліндра, тобто спостерігалось явище резонансу.

Рівняння крутильних коливань циліндра записується у вигляді

$$\frac{d}{dt}(L_{pesu} + L_{el}) = -f\dot{\varphi} - \alpha\ddot{\varphi} \quad (3.40)$$

де φ – кут відхилення циліндра від положення рівноваги; f – модуль кручення нитки; α – постійна, що враховує опір повітря та інші гальмівні сили, які передбачаються пропорційними кутовій швидкості. Далі, враховуючи попередні співвідношення, маємо:

$$\frac{dL_{pesu}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(-\frac{V}{g}M\right) = \frac{d}{dt}(I_z\omega) = I_z \frac{d\omega}{dt} = I_z\ddot{\varphi}, \quad (3.41)$$

$$\frac{dL_{el}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{V}{g}M\right) = \frac{V}{g} \frac{dM}{dt} = \frac{V}{g}\dot{M}. \quad (3.42)$$

Тому рівняння коливань приймає вигляд:

$$I_z\ddot{\varphi} + \alpha\dot{\varphi} + f\varphi = -\frac{V}{g}\dot{M} \quad (3.43)$$

Якщо тепер ввести частоту власних коливань, як $\omega_0^2 = \frac{f}{I_z}$ і кое-

фіцієнт затухання $\beta = \frac{\alpha}{2I_z}$, то одержуємо

$$\ddot{\varphi} + 2\beta\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = -\frac{V}{gI_z}\dot{M}. \quad (3.44)$$

Це рівняння вимушених крутильних коливань. Величина, що стоїть в правій частині рівняння відіграє роль вимушувальної сили. Вона виникає в результаті намагнічування та перемагнічування циліндра і вважається відомою. Оскільки зв'язок між намагніченістю й

полем, що її викликає нелінійна (залізо–ферромагнетик), то праву частину рівняння розкладають в ряд Фур'є, зберігаючи при цьому тільки член з основною частотою ω для знаходження розв'язку поблизу резонансу.

Дослідження крутильних коливань дозволяє визначити гіромагнітне відношення для матеріалу зразка. Для залізного зразка було одержано $g = \frac{e}{m_0}$, яке означає, що магнітні властивості заліза визначаються спіновим магнетизмом електронів (ферромагнетизм).

Існує явище, зворотне магнітомеханічному. Воно полягає в тому, що при обертанні парамагнітні тіла намагнічуються, і це явище називається *гіромагнітним*. Його вперше виявив американський фізик С. Барнетт 1909 року, тому його ще називають *ефектом Барнетта*. Пояснити цей ефект можна таким чином. При внесенні в магнітне поле електронна оболонка атома приходить в обертання відносно кристалічної решітки з кутовою швидкістю $\vec{\Omega} = -g\vec{B}$. За наявності такого відносного руху зіткнення між атомами приводять до намагнічування середовища. Оскільки рух відносний, то слід чекати такого ж намагнічення, якщо привести в обертання решітку з кутовою швидкістю $\vec{\omega}$, рівною за величиною, але протилежною за напрямом до швидкості $\vec{\Omega}$. Іншими словами, обертання тіла з кутовою швидкістю $\vec{\omega}$ викликає таке ж його намагнічення, що і дія магнітного поля $\vec{B} = \frac{\vec{\omega}}{g}$.

Дослідження магнітомеханічного і гіромагнітного явищ показали, що гіромагнітне відношення g завжди від'ємне. Тим самим було підтверджено, що магнетизм обумовлений рухом негативних електричних зарядів (електронів). Чисельні значення величини g виявилися

поміщеними в межах від $\frac{e}{2m_0}$ до $\frac{e}{m_0}$.

Важливо, що для всіх досліджених феромагнетиків (залізо, нікель, кобальт, ряд сплавів) гіромагнітне відношення виявилось рівним: $-\frac{e}{m_0}$

Це показує, що магнетизм феромагнетиків обумовлений тільки спіном електронів, а не їх орбітальним рухом.

3.2.3. Магнітне поле в магнетиках. Відносна магнітна сприйнятливість

Магнітне поле в магнетиках можна описувати рівняннями для вакууму при врахуванні струмів намагнічення. Рівняння (3.23) для вакууму і магнетиків мають однаковий вигляд і являють собою відповідно інтегральну і диференціальну форми одного із основних рівнянь стаціонарних магнітних полів.

Рівності (3.24) є відповідно інтегральною і диференціальною формами закону повного струму з урахуванням струмів намагнічення в магнетиках. З урахуванням (3.26) рівність (3.24) запишеться так:

$$\operatorname{rot} \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{J} + \operatorname{rot} \vec{M}, \quad \text{або} \quad \operatorname{rot} \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right) = \vec{J} \quad (3.45)$$

$$\text{Введемо вектор} \quad \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}, \quad (3.46)$$

$$\text{тоді} \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad (3.47)$$

Вектор \vec{H} називають *напруженістю магнітного поля в магнетиках*. Напруженість не є чисто силовою характеристикою поля, оскільки включає в себе намагніченість речовини \vec{M} .

В останнє рівняння густина струмів намагнічення не входить.

Тому при визначенні поля вектора \vec{H} в однорідних ізотропних магнетиках, які заповнюють увесь простір, де існує магнітне поле при незмінній конфігурації струмів, немає потреби знати закон розподілу струмів намагнічення в середовищі, – досить визначити густину струмів провідності, що практично не викликає утруднень. Поле вектора \vec{H} у зазначених магнетиках таке саме, як і у вакуумі, тобто \vec{H} визначає лише ту частину повного магнітного поля, яке збуджується струмами провідності. Таким чином, вектор \vec{H} магнітного поля в магнетиках відіграє таку саму роль, як і вектор індукції \vec{D} електричного поля в діелектриках, а вектор індукції магнітного поля \vec{B} аналогічний вектору напруженості електричного поля \vec{E} . Така нераціональність у термінології склалась історично, оскільки теорія магнетизму будувалась за аналогією з електростатикою і вважалось, що джерелами магнітного поля є магнітні заряди, а їх, як зазначалося, не виявлено.

Рівняння

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad (3.48)$$

є основними диференціальними рівняннями постійного магнітного поля в магнетиках. В інтегральній формі ці рівняння відповідно записуються так:

$$\oint_s \vec{B} d\vec{s} = 0, \oint_L \vec{H} d\vec{l} = \oint_s \vec{J}_n dS. \quad (3.49)$$

Застосування рівнянь (3.48) або (3.49) для розв'язування конкретних задач можливе лише за умови, коли буде відомий характер залежності намагнічення магнетика від зовнішнього магнітного поля, тобто, як залежить \vec{M} від \vec{H} . Таку залежність у макроскопічній електродинаміці встановлюють експериментально. Як показують досліди, для багатьох магнетиків (діа- і парамагнетиків) залежність

\vec{M} від \vec{H} має лінійний характер:

$$\vec{M} = \chi \vec{H} \quad (3.50)$$

де χ — безрозмірний коефіцієнт, який характеризує здатність речовини намагнічуватись у зовнішньому магнітному полі; його називають *магнітною сприйнятливістю* речовини. Для вакууму $\chi=0$, а для будь-якої речовини $\chi \neq 0$, тобто всі речовини здатні намагнічуватись і тому являють собою магнетики. Для лінійних магнетиків, тобто тих, для яких справджується остання рівність, коефіцієнт χ мало відрізняється від нуля. При цьому для одних речовин (діамагнетиків) $\chi < 0$ (тобто напрям \vec{M} протилежний \vec{H} і зовнішнє поле в діамагнетиках послаблюється), для інших (парамагнетиків) $\chi > 0$ (напрямок \vec{M} збігається з \vec{H} і зовнішнє поле підсилюється). З цієї ж рівності видно, що \vec{M} має розмірність \vec{H} .

Фізичний зміст χ полягає в тому, що він показує намагніченість при напруженості зовнішнього поля, що дорівнює одиниці.

З рівності $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}$ випливає, що магнітне поле в магнетиках складається із зовнішнього магнітного поля $\mu_0 \vec{H}$ і магнітного поля намагніченого магнетика $\mu_0 \vec{M}$.

З урахуванням залежності \vec{M} від \vec{H} :

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H}, \text{ або } \vec{B} = \mu' \vec{H} \quad (3.51)$$

Коефіцієнт μ' має розмірність μ_0 і називається *абсолютною магнітною проникністю* магнетика. Відношення $\frac{\mu'}{\mu_0} = 1 + \chi = \mu$ називається *відносною магнітною проникністю* магнетика (величина безрозмірна). На відміну від діелектричної проникності, яка для всіх діелектриків більша за одиницю, відносна магнітна проникність магнетика

може бути як більшою, так і меншою від одиниці, оскільки χ може бути додатною і від'ємною. Отже,

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}. \quad (3.52)$$

Магнітна проникність μ – макроскопічний параметр, який характеризує магнітні властивості різних магнетиків і для кожного однорідного магнетика є константою.

3.2.4. Діамагнетики

Діамагнетизм – один з видів магнетизму, який виявляється у намагніченні речовини протилежно напрямку зовнішнього магнітного поля.

Діамагнетизм властивий всім речовинам. При внесенні якогонебудь тіла в магнітне поле в електронній оболонці кожного його атома за законом електромагнітної індукції виникають індуковані колові струми, тобто додатковий коловий рух електронів навколо напрямку магнітного поля. Ці струми створюють в кожному атомі індукований магнітний момент, який має напрям, згідно правила Ленца, назустріч зовнішньому магнітному полю (незалежно від того, чи був спочатку у атома власний магнітний момент чи ні та як він був орієнтований). У речовині діамагнетизм може перекриватися більшою чи меншою мірою електронним або ядерним парамагнетизмом, феромагнетизмом або антиферомагнетизмом. У чистих діамагнетиках електронні оболонки атомів (молекул) не володіють постійним магнітним моментом. Орбітальні та спінові магнітні моменти, що створюються окремими електронами в таких атомах, у відсутності зовнішнього магнітного поля взаємно компенсуються. Зокрема, це має місце в атомах, іонах і молекулах з цілком заповненими електронними оболонками, наприклад в атомах інертних газів, в молекулах водню, азоту.

Розглянемо рух коловою орбітою радіусом r електрона в атомі водню. Електрон притягується до ядра із силою \vec{F}_D , яка є доцентровою. Тоді рівняння руху електрона запишеться:

$$F_D = m\omega_0^2 r. \quad (3.53)$$

Оскільки сила електричної взаємодії електрона і ядра досить велика порівняно з зовнішніми діями, то при введенні цієї системи у зовнішнє магнітне поле радіус електрона практично не зміниться. Нехай вектор \vec{B} магнітного поля перпендикулярний до площини орбіти електрона. Тоді на рухомий електрон діятиме сила Лоренца, напрямлена вздовж радіуса орбіти до центра або від нього залежно від співвідношення напрямів векторів кутової швидкості електрона й індукції поля:

$$F_m = |e|\omega rB, \quad (3.54)$$

де ω – кутова швидкість руху електрона навколо ядра при накладанні зовнішнього магнітного поля. В магнітному полі на електрони діють дві сили: \vec{F}_D і \vec{F}_m . Тоді рівняння руху електрона матиме вигляд

$$m\omega^2 r = F_D \pm |e|\omega rB, \text{ або } m\omega^2 r = m\omega_0^2 r \pm |e|\omega rB, \quad (3.55)$$

$$\text{тоді } m r (\omega^2 - \omega_0^2) = \pm |e|\omega rB. \quad (3.56)$$

Оскільки у звичайних магнітних полях ω мало відрізняється від ω_0 , то

$$\omega^2 - \omega_0^2 = (\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0) \approx 2\Delta\omega\omega. \quad (3.57)$$

$$\text{Враховуючи останню рівність:} \quad \Delta\omega = \pm \frac{|e|B}{2m}. \quad (3.58)$$

Отже, в магнітному полі на рух електронів накладається додаткове обертання з частотою $\omega_{\text{л}} = \frac{|e|B}{2m}$, яку називають *ларморівською*, на честь англійського фізика Д. Лармора, який вперше у 1895

році запропонував таке пояснення теорії діамagnetизму.

З урахуванням від'ємного знаку заряду електрона, у векторній формі:

$$\vec{\omega}_л = -\frac{e\vec{B}}{2m}. \quad (3.59)$$

У ізольованих атомах струми, які створюють діамagnetизм, мають найбільш простий характер. Вся сукупність електронів ізольованого атома набуває під дією зовнішнього магнітного поля синхронного обертального руху навколо осі, що проходить через центр атома паралельно напрямку \vec{B} . Це сумісне обертання всіх електронів атома називається *прецесією Лармора*, частота якої визначається формулою (3.59). Саме з цим рухом пов'язаний додатковий магнітний момент атомів, напрямлений проти зовнішнього поля, що є причиною діамagnetного ефекту.

Величина, яка кількісно характеризує діамagnetизм – *діамagnetна сприйнятливість*, описується співвідношенням:

$$\chi_д = -\frac{e^2}{6m} kn \langle R^2 \rangle \mu_0, \quad (3.60)$$

де n – концентрація атомів у речовині, k – кількість електронів у атомі, R – середня відстань електрона від ядра.

Звідси видно, що магнітна сприйнятливість діамagnetиків повністю визначається атомними характеристиками, які мало залежать від напруженості магнітного поля та від температури.

Відповідно до формули найбільший внесок в діамagnetну сприйнятливість речовини дають найбільш віддалені від ядра електрони. Ця формула дозволяє теоретично розрахувати діамagnetну сприйнятливість сукупності ізольованих атомів, якщо відоме число електронів в атомах і просторовий їх розподіл.

Якщо атоми не ізольовані один від одного, а, навпаки, сильно взаємодіють між собою, наприклад в рідинах або твердих тілах, то електронні оболонки таких атомів деформуються, і спостережуваний діамagnetизм виявляється менше, ніж у ізольованих атомів.

У металах і напівпровідниках частина валентних електронів атомів має можливість переміщатися від атома до атома в усьому зразку (у металах число таких «вільних» електронів не залежить від температури і дуже велике, в напівпровідниках воно порівняно мале при низьких температурах і швидко зростає з нагріванням). Під впливом зовнішнього магнітного поля вільні електрони рухаються спіральними квантованими орбітами, що також викликає невеликий діамagnetизм. Діамagnetизм вільних електронів в зовнішньому магнітному полі був відкритий Л.Д. Ландау в 1930 році. Магнітні властивості електронного газу, поміщеного в магнітне поле, обумовлені наявністю у електронів власного магнітного моменту – спіну і зміною характеру руху вільних електронів під впливом зовнішнього поля. Магнітне поле викривляє траєкторію руху трансляції електронів так, що проекція їх руху на площину, перпендикулярну \vec{B} , набуває вигляду замкнутих траєкторій (орбіт). Виникаючий квазіперіодичний рух електронів по орбіті квантується і дає діамagnetний внесок χ_d у магнітну сприйнятливність електронного газу, а момент спіну електронів обумовлює парамагнітну частину сприйнятливості. Розрахунок показує, що

$$\chi_d = \frac{4mM_B^2}{h^2} \left(\frac{\pi}{3} \right)^{\frac{2}{3}} n^{\frac{1}{3}} \quad (3.61)$$

де n — густина електронного газу, m — маса електрона, M_B — магнетон Бора, h — постійна Планка.

За абсолютною величиною діамagnetна сприйнятливність мала

(порядку $10^{-5} - 10^{-6}$).

Діамагнітна сприйнятливість слабо залежить від напруженості магнітного поля. Проте при дуже низьких температурах у металів (наприклад, *Be*, *Bi*, *Zn*) і напівпровідників в сильних полях спостерігається періодична (осциляційна) зміна сприйнятливості при плавному збільшенні напруженості поля так званий *ефект де Хааза–ван Альфена*.

Найбільше за абсолютною величиною значення діамагнітної сприйнятливості мають надпровідники, у них магнітна індукція рівна нулю, тобто магнітне поле не проникає в надпровідник. Діамагнетизм надпровідників обумовлений не внутріатомними, а макроскопічними поверхневими струмами.

Подовжений зразок діамагнетика в однорідному магнітному полі орієнтується перпендикулярно силовим лініям поля (вектору напруженості поля). А з неоднорідного магнітного поля він виштовхується у напрямі зменшення напруженості поля на відміну від парамагнетиків, які притягуються цим полем (рис.3.17).

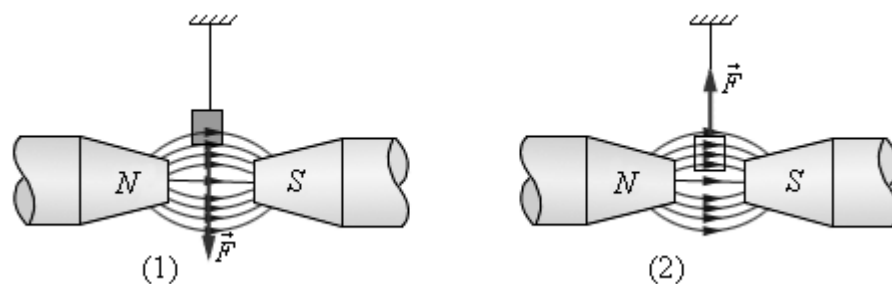


Рис. 3.17. Парамагнетик (1) та діамагнетик (2) в неоднорідному магнітному полі.

Для діамагнетиків характерним є прояв такого явища як *левітація* – явище, коли предмет без видимої опори «парить» в просторі (тобто левітує) не притягуючись до поверхні (землі, води). Діамагнітна левітація має ту ж природу що й ефект Мейснера (повне витіснен-

ня магнітного поля з матеріалу, *див. нижче*), вона спостерігається в дуже сильних полях, та зате не вимагає попереднього охолодження.

До діамагнетиків відносяться інертні гази, азот, водень, кремній, фосфор, вісмут, цинк, мідь, золото, срібло, а також багато інших органічних та неорганічних сполук.

3.2.5. Парамагнетики

Речовини, частинки яких (атоми, молекули, іони, атомні ядра) мають власний магнітний момент, якщо немає зовнішнього магнітного поля, називають *парамагнетиками*, а їхню властивість намагнічуватись у зовнішньому магнітному полі в напрямі, що збігається з напрямом цього поля, називають *парамагнетизмом*. Термін «парамагнетик» вперше ввів М. Фарадей у 1845 році.

До парамагнетиків належать:

- речовини, атоми або молекули яких мають непарне число електронів (Na , N);
- вільні атоми (іони) з недобудованою внутрішньою електронною оболонкою (елементи перехідної групи, їх солі та водні розчини, комплексні сполуки перехідних елементів, рідкоземельні, актиніди, вільні радикали);
- багато лужних і лужноземельних металів, кисень O_2 ;
- феромагнетики та антиферомагнетики при температурах, вищих від температур Кюрі та Нееля, відповідно.

За відсутності поля моменти орієнтовані хаотично, причому орієнтація кожної частинки постійно змінюється. У магнітному полі магнітні моменти атомів орієнтуються переважно у напрямку поля. В цьому відношенні парамагнетизм протилежний діамагнетизму, при

якому магнітний момент, що виникає в тілі під дією поля орієнтований назустріч напрямку напруженості зовнішнього магнітного поля \vec{H} . Тому парамагнітні тіла притягуються до полюсів магніту (звідки назва «парамагнетизм»). Характерною для парамагнетиків властивістю намагнічуватися вздовж поля володіють також феромагнетики і антиферомагнетики. Проте за відсутності зовнішнього поля намагніченість парамагнетиків дорівнює нулю і вони не володіють магнітною структурою (взаємною впорядкованою орієнтацією магнітних моментів атомів), тоді як при $\vec{H} = 0$ феро- і антиферомагнетики зберігають магнітну структуру.

У слабких полях намагніченість парамагнетиків зростає із зростанням поля згідно із законом $\vec{M} = \chi_n \vec{H}$, де χ_n — магнітна сприйнятливість 1 моля речовини. Ця величина для парамагнетиків завжди позитивна, на відміну від діамагнетиків, і рівна за порядком величини $10^{-3} — 10^{-4}$, тобто приблизно на один-два порядки більша від магнітної сприйнятливості діамагнетиків.

Якщо поле дуже велике, то всі магнітні моменти парамагнітних частинок орієнтуються строго за полем (досягається магнітне насичення). З підвищенням температури T при незмінній напруженості поля зростає дезорієнтуюча дія теплового руху частинок і магнітна сприйнятливість зменшується. За класичною електронною теорією, яку розробив П. Ланжевен, парамагнітна сприйнятливість визначається за формулою:

$$\chi_n = \frac{\mu_0 n p_m^2}{3kT} = \frac{C}{T}, \quad (3.62)$$

де C — стала Кюрі. Залежність $\chi_n \sim \frac{1}{T}$ вперше експериментально

встановив у 1896 р. П. Кюрі. Ця залежність називається *законом Кюрі*. Відхилення від закону Кюрі в основному пов'язані з взаємодією частинок (впливом кристалічного поля).

Теорія Ланжевена стосується парамагнітних газів, для яких взаємодія між атомами слабка через велику відстань між ними. Для газів експериментальні результати добре узгоджуються з теорією. У твердих і рідких речовинах взаємодія між частинками велика, а це може привести до суттєвого порушення сферичної симетрії електронних оболонок. Для температурної залежності χ_n врахування цієї взаємодії приводить до закону Кюрі-Вейса:

$$\chi_n = \frac{C'}{T - T_0} \quad (3.63)$$

де C' – стала Кюрі, T_0 – характерна для кожної речовини температура, яка визначається їхніми властивостями і може бути додатною, від'ємною або дорівнювати нулю.

Особливістю парамагнетиків порівняно з феромагнетиками є те, що після припинення дії зовнішнього магнітного поля упорядкована орієнтація магнітних моментів частинок через їхній тепловий рух порушується і намагніченість зникає.

Існування у атомів (іонів) магнітних моментів, що обумовлюють парамагнетизм речовин, може бути пов'язане з рухом електронів в оболонці атома (*орбітальний парамагнетизм*), із спіновим моментом самих електронів (*спіновий парамагнетизм*), з магнітними моментами ядер атомів (*ядерний парамагнетизм*). Магнітні моменти атомів, іонів, молекул створюються в основному спіновими та орбітальними моментами їх електронних оболонок. Вони приблизно в тисячу разів перевищують магнітні моменти атомних ядер.

Парамагнетизм металів складається в основному з парамагнетизму властивого електронам провідності (так званий *парамагнетизм Паулі*), і парамагнетизму електронних оболонок атомів (іонів) кристалічної решітки металу. Оскільки рух електронів провідності металів практично не змінюється при зміні температури, парамагнетизм обумовлений електронами провідності та від температури не залежить. Тому, наприклад, лужні й лужноземельні метали, у яких електронні оболонки іонів позбавлені магнітного моменту, володіють магнітною сприйнятливістю, не залежною від температури – у них парамагнетизм обумовлений виключно електронами провідності. У тих речовинах, у яких немає електронів провідності та магнітним моментом володіє лише ядро (наприклад, у ізотопу гелію ^3He), парамагнетизм досить слабкий ($\chi_n \sim 10^{-9} \text{—} 10^{-12}$) і може спостерігатися лише при наднизьких температурах ($T < 0,1 \text{ K}$).

Формула для визначення χ_n відповідно до теорії Ланжевена була одержана методами статистичної фізики для системи практично не взаємодіючих атомів, що знаходяться в слабкому магнітному полі або при високій температурі (коли $p_m H \ll kT$). У сильних магнітних полях або при низьких температурах $p_m H \gg kT$) намагніченість парамагнітних діелектриків прагне до насичення. Квантова теорія парамагнетизму, що враховує просторове квантування моменту p_m дає аналогічний вираз для сприйнятливості діелектриків (при $p_m H \ll kT$):

$$\chi_n = NJ(J+1) \frac{p_m^2 g_j^2}{3kT}, \text{ де } J \text{ — квантове число, що визначає повний}$$

момент кількості руху атома, g_j — множник Ланде (визначає масштаби розщеплення рівнів енергії в магнітному полі, так для у випадку, коли основний вклад вносить спіновий момент він дорівнює 2, якщо

орбітальний момент – 1). Парамагнітна сприйнятливість напівпровідників, обумовлена електронами провідності, в найпростішому випадку залежить від температури T експоненціально.

Ядерний парамагнетизм за відсутності сильної взаємодії між спінами ядер і електронними оболонками атомів характеризується ве-

личиною $\chi_{\text{я}} = \frac{Np_{m_{\text{я}}}^2}{3kT}$, яка приблизно в 10^6 разів менше за електронну

парамагнітну сприйнятливість.

Вивчення парамагнетизму різних речовин, а також електронного парамагнітного резонансу (резонансного поглинання парамагнетиками енергії електромагнітного поля) дозволяє визначати магнітні моменти окремих атомів, іонів, молекул, ядер, вивчати будову складних молекул і молекулярних комплексів, а також здійснювати тонкий структурний аналіз матеріалів, вживаних в техніці. У фізиці парамагнітні речовини використовують для отримання наднизьких температур (магнітне охолодження).

Магнітне охолодження – це метод отримання температур нижче 1 К шляхом адіабатного розмагнічування парамагнітних речовин. Магнітне охолодження — один з двох практично вживаних методів отримання температур нижче 0,3 К (іншим методом є розчинення рідкого гелію ^3He в рідкому ^4He).

Для магнітного охолодження застосовують солі рідкоземельних елементів (наприклад, сульфат гадолінію) і ряд інших парамагнітних речовин. Кристалічна решітка цих речовин містить іони Fe , Cr , Gd з недобудованими електронними оболонками і відмінним від нуля власним магнітним моментом (спіном). Парамагнітні іони розділені в кристалічній решітці великим числом немагнітних атомів. Це призво-

дить до того, що магнітна взаємодія іонів виявляється слабкою: навіть при низьких температурах, коли тепловий рух значно ослаблений, сили взаємодії не здатні упорядкувати систему хаотично орієнтованих спінів. У методі магнітного охолодження застосовується достатньо сильне зовнішнє магнітне поле, яке, впорядковуючи напрям спінів, намагнічує парамагнетик. При вимкненні зовнішнього поля (розмагнічуванні парамагнетика) спіни під дією теплового руху атомів (іонів) кристалічної решітки знов набувають хаотичної орієнтації. Якщо розмагнічування здійснюється адіабатно (в умовах теплоізоляції), то температура парамагнетика знижується.

Чим слабкіше взаємодія спінів, тим більш низькі температури можна одержати методом магнітного охолодження. Парамагнітні солі, вживані для цього, дозволяють досягти температур $\sim 10^{-3}$ К. Значно нижчих температур вдалося досягти, використовуючи парамагнетизм вже не атомів (іонів), а атомних ядер.

3.2.6. Феромагнетики. Природа магнітних властивостей феромагнетиків

Речовини, здатні сильно намагнічуватися в магнітному полі, називаються *феромагнетиками*. Магнітна сприйнятливість феромагнетиків позитивна ($\chi_f > 0$). Магнітна проникність феромагнетиків за порядком величини лежить в межах 10^2 – 10^5 . Наприклад, у сталі $\mu \approx 8000$, у сплаву заліза з нікелем магнітна проникність досягає значень 250000. До даної групи відносяться чотири хімічні елементи: залізо, нікель, кобальт, гадолій. З них найбільшою магнітною проникністю володіє залізо. Тому вся ця група одержала назву *феромагнетиків*.

Феромагнетиками можуть бути різні сплави, що містять фero-

магнітні елементи. Широке застосування в техніці одержали керамічні феромагнітні матеріали – *ферити*.

Для кожного феромагнетика існує певна температура (так звана температура або точка Кюрі), вище якої феромагнітні властивості зникають і речовина стає парамагнетиком. У заліза, наприклад, температура Кюрі рівна $770\text{ }^{\circ}\text{C}$, у кобальту $1130\text{ }^{\circ}\text{C}$, у нікелю $360\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Феромагнітні матеріали діляться на дві великі групи – на магніто-м'які і магніто-жорсткі матеріали. Магніто-м'які феромагнітні матеріали майже повністю розмагнічуються, коли зовнішнє магнітне поле стає рівним нулю. До магніто-м'яких матеріалів відноситься, наприклад, чисте залізо, електротехнічна сталь і деякі сплави. Ці матеріали застосовуються в приладах змінного струму, в яких відбувається безперервне перемагнічування, тобто зміна напрямку магнітного поля (трансформатори, електродвигуни тощо).

Магніто-жорсткі матеріали значною мірою зберігають свою намагніченість і після видалення їх з магнітного поля. Прикладами магніто-жорстких матеріалів можуть служити вуглецева сталь і ряд спеціальних сплавів. Магніто-жорсткі матеріали використовуються в основному для виготовлення постійних магнітів.

Магнітна проникність μ феромагнетиків не є постійною величиною, вона сильно залежить від індукції B_0 зовнішнього поля. Типова залежність $\mu=f(B_0)$ приведена на рис.3.18.

Непостійність магнітної проникності призводить до складної нелінійної залежності індукції B магнітного поля у феромагнетик від індукції B_0 зовнішнього магнітного поля. Характерною особливістю процесу намагнічення феромагнетиків є так званий *гістерезис*. Крива намагнічення $B=f(B_0)$ феромагнітного зразка є петлею складної фор-

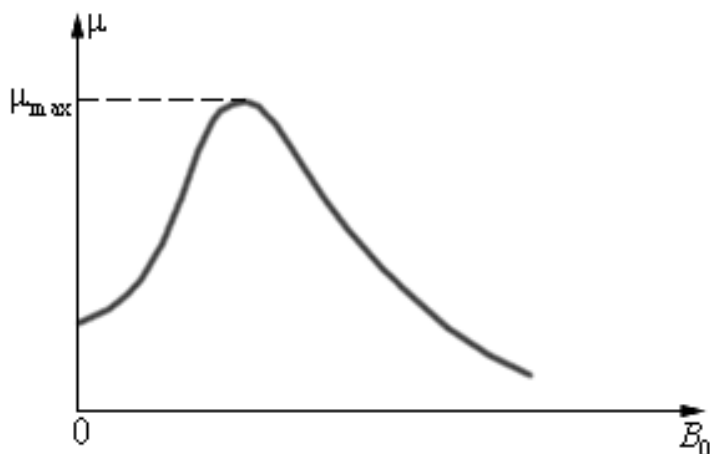


Рис. 3.18. Типова залежність магнітної проникності феромагнетика від індукції зовнішнього магнітного поля.

ми, яка називається *петлею гістерезису* (рис. 3.19).

Стрілками вказаний напрям процесів намагнічення і розмагнічування феромагнітного зразка при зміні індукції B_0 зовнішнього магнітного поля. З рис. 3.19 ви-

дно, що при $|B_0| > B_{0s}$ настає магнітне насичення – намагніченість зразка досягає максимального значення.

Якщо тепер зменшувати магнітну індукцію B_0 зовнішнього поля і довести її знову до нульового значення, то феромагнетик збереже залишкову намагніченість – поле усередині зразка буде рівне B_r . Залишкова намагніченість зразків дозволяє створювати постійні магніти. Для того, щоб повністю розмагнітити зразок, необхідно, змінивши знак зовнішнього поля, довести магнітну індукцію B_0 до значення – B_{0c} , яке прийнято називати *коерцитивною силою*. Далі процес переманічування може бути продовжений, як це вказано стрілками на рис. 3.19.

У магніто-м'яких матеріалів значення коерцитивної сили B_{0c} невелике – петля гістерезису таких матеріалів достатньо вузька. Матеріали з великим значенням коерцитивної сили, тобто ті, що мають широку петлю гістерезису, відносяться до магніто-жорстких.

Якісно феромагнетизм пояснюється наявністю власних (спінових) магнітних полів у електронів. У кристалах феромагнітних мате-

ріалів виникають умови, при яких, унаслідок сильної взаємодії магнітних полів спінів сусідніх електронів, енергетично вигідною стає їх паралельна орієнтація. В результаті такої взаємодії усередині кристала феромагнетика виникають самовільно намагнічені області розміром близько 10^{-2} – 10^{-4} см. Ці області називаються *доменами*. Кожен домен представляє з себе невеликий постійний магніт.

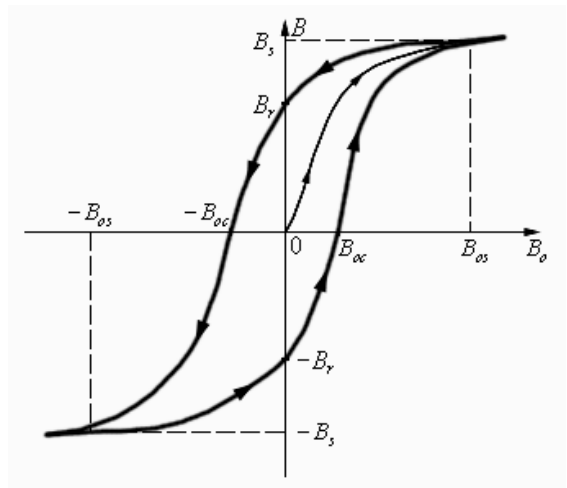


Рис. 3.19. Петля гістерезису феромагнетика.

За відсутності зовнішнього магнітного поля напрями векторів індукції магнітних полів в різних доменах орієнтовані у великому кристалі хаотично (рис.3.20, а). Такий кристал в середньому виявляється ненамагніченим. При накладанні зовнішнього магнітного поля \vec{B}_0 відбувається зсув меж доменів так, що об'єм доменів, орієнтованих за зовнішнім полем, збільшується. Із збільшенням індукції зовнішнього поля зростає магнітна індукція намагніченої речовини (рис.3.20, б). У дуже сильному зовнішньому полі домени, в яких власне магнітне поле співпадає за напрямом із зовнішнім полем, поглинають решту всіх доменів, і настає магнітне насичення (рис.3.20, в).

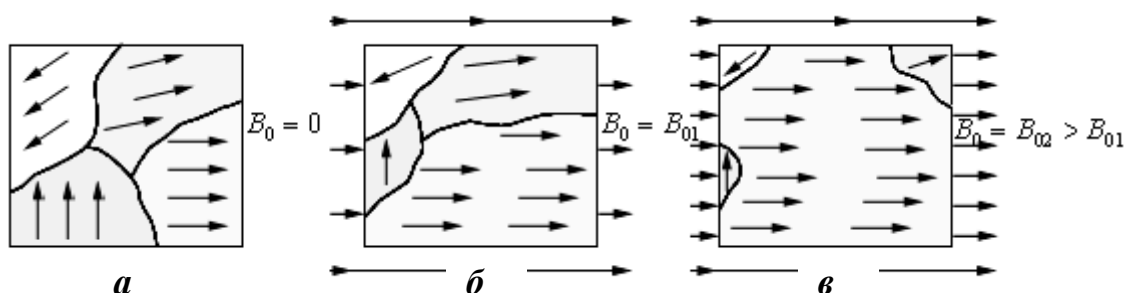


Рис. 3.20. Намагнічення феромагнітного зразка. (1) $B_0 = 0$; (2) $B_0 = B_{01}$; (3) $B_0 = B_{02} > B_{01}$.

Прояви феромагнетизму у монокристалах і полікристалах можуть істотно розрізнятися. У феромагнітних монокристалах спостерігається *магнітна анізотропія* – відмінність магнітних властивостей у різних кристалографічних напрямках. У полікристалах з хаотичним розподілом орієнтацій кристалічних зерен анізотропія в середньому в межах зразка відсутня, але при неоднорідному розподілі орієнтацій вона може спостерігатися (*магнітна текстура*).

Магнітні й інші фізичні властивості феромагнетиків володіють специфічною залежністю від температури T . Намагніченість насичення має найбільше значення при $T = 0$ К і монотонно зменшується до нуля при $T = Q$ (*точка Кюрі*).

Вище Q феромагнетик переходить в парамагнітний стан, а в деяких випадках (рідкоземельні метали) – в антиферомагнітний. При $H = 0$ цей перехід, як правило, є фазовим переходом 2-го роду. Зміна магнітної проникності μ (або сприйнятливості χ) феромагнетиків з температурою має явно виражений максимум близько Q . При $T > Q$ сприйнятливість змінюється відповідно до закону Кюрі–Вейса. При намагніченні феромагнетиків змінюються їх розміри і форма. Тому криві намагнічення та петлі гістерезису залежать від зовнішньої напруги. Спостерігаються також аномалії у величині й температурній залежності пружних постійних, коефіцієнтів лінійного та об'ємного розширення. При адіабатному намагніченні та розмагнічуванні феромагнетики змінюють свою температуру (магнітне охолодження). Специфічні особливості немагнітних властивостей феромагнетиків найяскравіше виявляються близько $T = Q$.

Оскільки самовільна намагніченість феромагнетиків зберігається до $T = Q$, а в типових феромагнетиках температура може досягати

$\sim 10^3$ К, то $kQ \approx 10^{-20}$ Дж, – це означає, що енергія взаємодії, яка відповідає за існування феромагнітного порядку атомних магнітних моментів в кристалі, теж повинна бути порядку 10^{-20} Дж на кожну пару сусідніх магнітно-активних атомів. Таке значення енергії може бути обумовлено тільки електричною взаємодією між електронами, бо енергія магнітної взаємодії електронів двох сусідніх атомів феромагнетика не перевищує, як правило, 10^{-23} Дж, і тому може забезпечити температуру Кюрі лише ~ 1 К (такі феромагнетики з так званою дипольною магнітною взаємодією теж існують). У загальному випадку магнітні взаємодії у феромагнетиках визначають їх магнітну анізотропію.

Класична фізика не могла пояснити, яким чином електрична взаємодія може привести до феромагнетизму. Тільки квантова механіка дозволила зрозуміти тісний внутрішній зв'язок між результатом магнітним моментом системи електронів і їх електростатичною взаємодією, яку прийнято називати *обмінною взаємодією*.

Необхідною умовою феромагнетизму є наявність постійних магнітних (спінових або орбітальних, або обох разом) моментів електронних оболонок атомів феромагнетиків. Це виконується в кристалах, побудованих з атомів перехідних елементів (атомів з недобудованими внутрішніми електронними шарами). Розрізняють 4 основних випадки:

1. металеві кристали (чисті метали, сплави) на основі перехідних елементів з недобудованими d -шарами (в першу чергу $3d$ -шаром у елементів групи заліза);
2. металеві кристали на основі перехідних елементів з недобудованими f -шарами (рідкоземельні елементи з недобудованим $4f$ -шаром);
3. неметалеві кристалічні з'єднання за наявності хоч би одного

компоненту з перехідних d - або f -елементів;

4. сильно розбавлені розчини атомів перехідних d - або f -металів в діамагнітній металевій матриці.

Поява в цих чотирьох випадках атомного магнітного порядку обумовлена обмінною взаємодією.

У неметалевих речовинах (випадок 3) ця взаємодія частіше всього носить непрямий характер, при якому магнітний порядок електронів недобудованих d - або f -шарів в найближчих сусідніх парамагнітних іонах встановлюється при активній участі електронів зовнішніх замкнутих шарів магнітно-нейтральних іонів (наприклад, O^{2-} , S^{2-} , Se^{2-} тощо), розташованих звичайно між магнітно-активними іонами. Як правило, тут виникає антиферомагнітний порядок, який приводить або до компенсованого антиферомагнетизму, якщо в кожному елементарному осередку кристала сумарний магнітний момент всіх іонів рівний нулю, або до феримагнетизму – якщо цей сумарний момент не рівний нулю. Можливі випадки, коли взаємодія в неметалевих кристалах носить феромагнітний характер (всі атомні магнітні моменти паралельні), наприклад EuO , Eu_2SiO_4 , $CrBr_3$ та інші.

Загальним для кристалів типу 1, 2, 4 є наявність в них системи колективізованих електронів провідності. Хоча в цих системах й існують обмінні взаємодії, але, як правило, магнітного порядку немає, а має місце *парамагнетизм паулевого типу*, якщо він сам не подавлений сильнішим діамагнетизмом іонних ґраток. Якщо все ж таки магнітний порядок виникає, то у випадках 1, 2 і 4 він різний за своїм походженням. У другому випадку магнітно-активні $4f$ -шари мають дуже малий радіус в порівнянні з параметром кристалічної решітки. Тому тут неможливий прямий обмінний зв'язок навіть у найближчих сусід-

ніх іонів. Така ситуація характерна і для четвертого випадку. У обох цих випадках обмінний зв'язок носить непрямий характер, здійснюють його електрони провідності. У четвертому типі феромагнетиків (на відміну від випадків 1, 2, 3) магнітний порядок не обов'язково пов'язаний з кристалічним атомним порядком. Часто ці феромагнетики є в магнітному відношенні аморфними системами з нерегульовано розподіленими кристалічною решіткою іонами, що володіють атомними магнітними моментами.

Нарешті, в кристалах 1-го типу електрони, що беруть участь в створенні атомного магнітного порядку, складаються з колишніх $3d$ - і $4s$ -електронів ізолюваних атомів. На відміну від $4f$ -шарів рідкоземельних іонів, що мають дуже малий радіус, ближчі до периферії $3d$ -електрони атомів групи Fe зазнають практично повної колективізації та спільно з $4s$ -елекtrонами утворюють загальну систему електронів провідності. Проте на відміну від неперехідних металів, ця система в d -металах володіє набагато більшою щільністю енергетичних рівнів, що сприяє дії обмінних сил і приводить до появи намагніченого стану в Fe , Co , Ni та в їх численних сплавах.

Конкретні теоретичні розрахунки різних властивостей феромагнетиків проводяться як в квазікласичному феноменологічному наближенні, так і за допомогою строгіших квантовомеханічних атомних моделей.

У першому випадку обмінна взаємодія, що приводить до феромагнетизму, враховується введенням ефективного молекулярного поля (Б. Розінг, П. Вейс), енергія U якого квадратично залежить від M :

$$U = -NA \left(\frac{M_s}{M_{s0}} \right)^2, \text{ де } N - \text{число магнітно-активних атомів в зразку, } A -$$

постійна молекулярного поля ($A > 0$), M_{s0} – намагніченість насичення при абсолютному нулі температури. Уточнення цього трактування феромагнетизму дала квантова механіка, розкривши електричну обмінну природу постійної A (Я. Френкель, В. Гейзенберг). Зокрема, при низьких температурах ($T < Q$) Ф. Блоху вдалося провести точніший квантовий розрахунок, який показав, що зменшення самовільної намагніченості M_{s0} феромагнетика із зростанням температури можна в першому наближенні описувати як виникнення елементарних магнітних збуджень – квазічастинок, що носять назву *спінових хвиль* або *феромагنونів*. Кожен феромагنون дає зменшення M_{s0} на величину магнітного моменту одного вузла ґратки. Число феромагنونів росте з нагріванням феромагнетика пропорційно $T^{3/2}$, тому температурна залежність M_s має вигляд: $M_s = M_{s0} \left(1 - aT^{3/2} \right)$, де коефіцієнт a має порядок $10^{-6} \text{ К}^{-3/2}$ і залежить від параметра обмінної взаємодії.

Зв'язок феромагнетизму з багатьма немагнітними властивостями речовини дозволяє за даними вимірювань магнітних властивостей одержати інформацію про різні тонкі специфічні особливості електронної структури кристалів. Тому феромагнітні властивості інтенсивно досліджують на електронному і ядерному рівнях, застосовуючи електронний феромагнітний резонанс, ядерний магнітний резонанс, ефект Мессбауера, розсіяння на феромагнітних кристалах різного типу корпускулярних випромінювань тощо.

3.2.7. Антиферомагнетики

Антиферомагнетизм – один з магнітних станів речовини, що відрізняється тим, що елементарні (атомні) спінові магнітні моменти сусідніх частинок речовини орієнтовані назустріч один одному (анти-

паралельно), і тому намагніченість тіла в цілому дуже мала. Цим антиферромагнетизм відрізняється від ферромагнетизму, при якому однакова орієнтація спінових магнітних моментів приводить до високої намагніченості тіла.

До початку 30-х років XX століття за магнітними властивостями всі речовини ділили на 3 групи: діамагнетики, парамагнетики і феромагнетики. Антиферромагнетизм був відкритий при вивченні властивостей парамагнетиків при низьких температурах. Парамагнетики в магнітному полі намагнічуються так, що напрям намагніченості співпадає з напрямом поля. Намагніченість пропорційна напруженості магнітного поля: $\vec{M} = \chi \vec{H}$. Магнітна сприйнятливість χ – у парамагнетиків досить мала – від 10^{-3} до 10^{-4} . Для більшості парамагнетиків характерний певний вид залежності магнітної сприйнятливості від температури

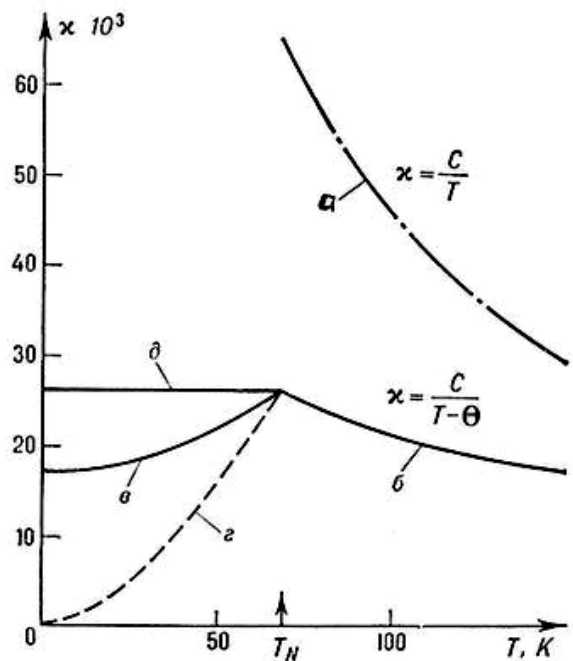


Рис.3.21. Залежність магнітної сприйнятливості від температури для парамагнетиків [2].

— вона зростає із зниженням температури обернено пропорційно до температури (рис. 3.21, а). В кінці 20-х і початку 30-х років були виявлені сполуки (оксиди і хлориди марганцю, заліза, кобальту, нікелю), що володіють абсолютно іншим видом температурної залежності магнітної сприйнятливості $\chi(T)$. На кривих, що характеризують залеж-

ність $\chi = f(T)$ у цих сполук, спостерігалися максимуми (рис. 3.21, криві бв і бг). Крім того, нижче за температуру максимуму була виявлена сильна залежність χ від орієнтації кристала в магнітному полі. Якщо поле направлене, наприклад, уздовж головної кристалографічної осі, то значення χ вздовж цього напрямку зменшується, прагнучи до 0 при $T \rightarrow 0$ К. У напрямках, перпендикулярних цій осі, значення χ залишається постійним (не залежить від температури). На кривих, що показують температурну залежність питомої теплоємності цих речовин, при відповідних температурах також були виявлені гострі максимуми. Ці експериментальні факти вказували на якусь перебудову внутрішньої структури речовини при певній температурі.

У 1930-х роках Л. Ландау і Л. Неель пояснили вказані вище аномалії переходом парамагнетика в новий стан, названий антиферомагнітним. Суть цього переходу полягає в наступному. Парамагнетизм спостерігається в речовинах, що мають в своєму складі атоми (іони) з незаповненими внутрішніми електронними оболонками. Ці атоми (іони) володіють атомним спіновим магнітним моментом, і їх можна розглядати як елементарні магнітики. При високих температурах завдяки інтенсивному тепловому руху напрям цих магнітиків безперервно безладно змінюється. Тому середнє за часом значення магнітного моменту кожного магнітного іона за відсутності зовнішнього поля виявляється рівним нулю. Нижче за деяку температуру, що одержала назву *температури Нееля* T_n (їй відповідає максимум на кривій магнітної сприйнятливості), сили взаємодії між магнітними моментами сусідніх іонів виявляються сильнішими, ніж дія теплового руху. В результаті середній магнітний момент кожного іона стає відмінним від нуля і приймає певне значення і напрям, в речовині виникає магні-

тне впорядкування. При антиферромагнетизмі впорядкування відрізняється тим, що середні магнітні моменти всіх (або більшої частини) найближчих сусідів будь-якого іона направлені назустріч його власному магнітному моменту (при ферромагнетизмі вони всі направлені в один бік). Іншими словами, при антиферромагнетизмі однойменні полюси сусідніх елементарних магнітиків направлені взаємно протилежно. У кожному антиферромагнетикі встановлюється певний порядок чергування магнітних моментів (наприклад, рис.3.22). Порядок чергування магнітних моментів разом з їх напрямом щодо кристалографічних осей визначає антиферромагнітну структуру речовини. Таку структуру можна уявити собі як систему вставлених одна в одну просторових ґраток магнітних іонів (називаються підґратками), у вузлах кожної з яких знаходяться паралельні один одному магнітні моменти. При антиферромагнетизмі в усі підґратки входять магнітні іони однакового сорту. Тому сумарні магнітні моменти підґраток строго компенсуються, і у антиферромагнетика в цілому за відсутності зовнішнього поля результуючий магнітний момент дорівнює нулю. Під дією зовнішнього магнітного поля антиферромагнетика набувають слабкої намагніченості. Для магнітної сприйнятливості антиферромагнетиків типові значення 10^{-2} – 10^{-4} .

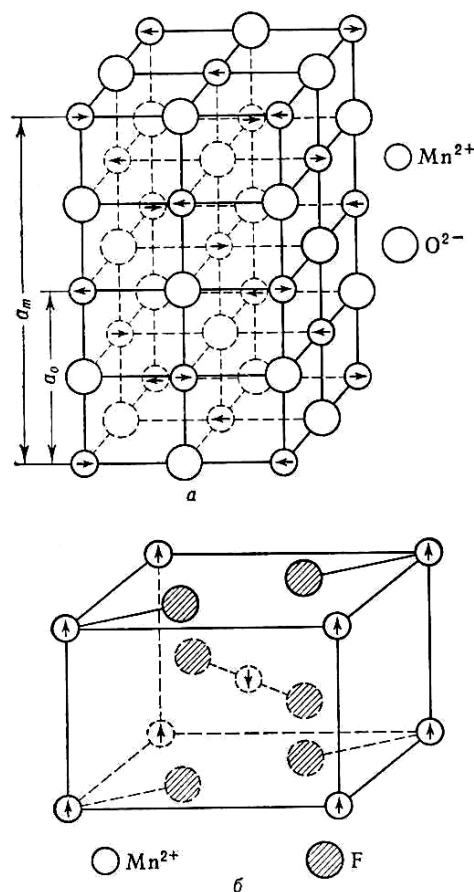


Рис.3.22. Впорядкування магнітних моментів деяких антиферромагнетиків [4].

Довгий час не існувало експериментальних методів, які б могли безпосередньо підтвердити існування антиферромагнітної структури. У 1949 році було показано, що антиферромагнітну структуру можна виявити і вивчити методами нейтронографії. Нейтрони не мають електричного заряду, але володіють магнітним моментом. Пучок повільних нейтронів, що проходить через антиферромагнетик, взаємодіє з магнітними іонами речовини і зазнає розсіювання. Експериментально одержувана залежність числа розсіяних нейтронів від кута розсіювання дозволяє визначити розташування магнітних іонів в антиферромагнетикі та середнє значення їх спінових магнітних моментів.

За створення антиферромагнітного порядку і певну орієнтацію магнітних моментів іонів відносно кристалографічних осей відповідають дві сили: за порядок — сили обмінної взаємодії (електричної природи), за орієнтацію — сили магнітної анізотропії. У антиферромагнетиків обмінні сили прагнуть встановити кожен пару сусідніх магнітних моментів строго антипаралельно. Але вони не можуть зумовити напрям моментів щодо кристалографічних осей. Цей напрям називається віссю легкого намагнічення і визначається силами магнітної анізотропії. Останні є результатом магнітної взаємодії сусідніх магнітних іонів і складніших взаємодій електронів магнітних іонів з діючими усередині кристала електричними полями.

Відповідно до цих двох типів сил при теоретичному описі антиферромагнетизму вводять два ефективних магнітних поля: обмінне поле H_e і поле анізотропії H_a . Уявлення про те, що в антиферромагнетикі діють два ефективних магнітних поля, дозволяє пояснити багато властивостей, зокрема їх поведінку в змінних зовнішніх магнітних полях, а також перехід у антиферромагнітний стан при певній температурі.

Перехід з парамагнітного стану в антиферомагнітний при температурі Нееля T_n відбувається шляхом фазового переходу 2-го роду. Особливість цього переходу полягає в плавному (без стрибка), але дуже швидкому збільшенні середнього значення магнітного моменту кожного іона поблизу T_n (рис. 3.23). Цим пояснюються вказані вище аномалії — зростання питомої теплоємності близько T_n і подібна до нього температурна зміна коефіцієнта теплового розширення, модулів пружності та ряду інших величин.

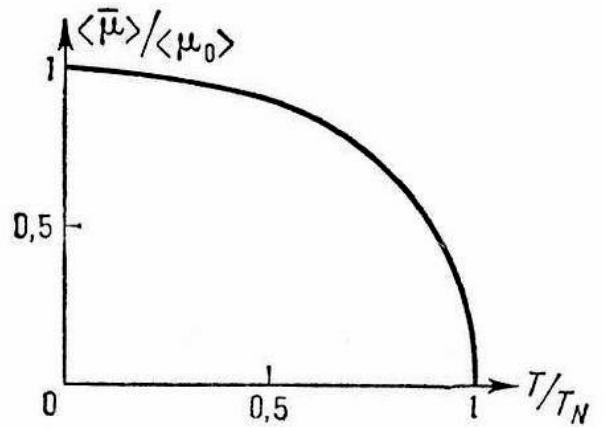


Рис. 3.23. Перехід з парамагнітного стану в антиферомагнітний при температурі Нееля [13].

Вивчення антиферомагнетиків внесло істотний внесок у розвиток сучасних уявлень про фізику магнітних явищ. Відкриті нові типи магнітних структур — слабкий феромагнетизм, гелікоїдальні структури та інші; виявлені нові явища: п'єзомагнетизм, магнітоелектричний ефект, розширені уявлення про обмінний та інші типи взаємодій в магнетиках.

3.2.8. П'єзомагнітний ефект

П'єзомагнетизм (п'єзомагнітний ефект) — це виникнення в речовині намагніченості під дією зовнішнього тиску. П'єзомагнетизм може існувати тільки в речовинах, що володіють антиферомагнітною магнітною структурою, і принципово неможливий в пара- і діамагнетиках. Виникає тоді, коли під дією прикладеного тиску магнітна симетрія антиферомагнітного кристалу змінюється таким чином, що в ньому

з'являється слабкий феромагнетизм. Намагніченість в зразку виникає в результаті зсуву антиферомагнітних підґраток або відносної зміни величини їх намагніченості. П'єзомагнетизм був експериментально виявлений поки лише в трьох антиферомагнітних кристалах: MnF_2 , CoF_2 і $\alpha\text{-}Fe_2O_3$. Існує термодинамічно обернений ефект — *лінійна магніострикція антиферомагнетиків*, тобто пропорційна магнітному полю (лінійна) зміна розмірів кристалів при накладанні зовнішнього поля.

Магнітоелектричний ефект — виникнення в кристалах намагніченості при розміщенні їх в електричному полі. Магнітоелектричний ефект можливий тільки в магнітовпорядкованих кристалах (антиферо- і феромагнетиках). На можливість існування ефекту вказали вперше Л.Д. Ландау і Е.М. Ліфшиць (1957 р.). І.Е. Дзялошинський (1959 р.) на підставі даних про магнітну симетрію кристалів передбачив, в яких з відомих антиферомагнетиків повинен спостерігатися магнітоелектричний ефект. Експериментально ефект був відкритий Д.М. Астровим (1960 р.) в антиферомагнітному кристалі Cr_2O_3 . Існує і обернений ефект — виникнення електричної поляризації при поміщенні кристала в магнітне поле.

Але практичного застосування антиферомагнетизм поки не знайшов. Це пов'язано з тим, що при переході в антиферомагнітний стан велика частина макроскопічних фізичних властивостей змінюється мало. Виняток становлять високочастотні властивості антиферомагнетиків. У багатьох антиферомагнетиках спостерігається сильне резонансне поглинання електромагнітного випромінювання для довжин хвиль від 1 см до 0,001 см.

3.2.9. Експериментальне вивчення доменної структури феромагнетиків

Існування феромагнітних доменів уперше було постульовано П. Вейсом 1907 року. Він увів це поняття для пояснення розмагніченого стану реальних феромагнітних зразків. Згідно з гіпотезою Вейса, якщо зразок не поміщений у зовнішнє магнітне поле, то він розбивається на області, або домени (від лат. domain – область), намагнічені до насичення. Домени відокремлені один від одного доменними границями. Кожний домен намагнічений до насичення. У сусідніх доменах намагніченість спрямована в різні сторони, тому намагніченість усього зразка може бути менше максимальної або рівної нулю.

Теорія доменів і доменних стінок зародилася в 30-х роках минулого сторіччя. Так, у 1930 році Я.І. Френкель і Я.Г. Дорфман показали, що магнітодипольна взаємодія відіграє важливу роль у формуванні доменів. Згідно з їхньою гіпотезою, у малих об'ємах зразка магнітні моменти атомів паралельні один одному через обмінну взаємодію, а у великих об'ємах основну роль відіграє магнітодипольна взаємодія, яка приводить до розмагнічування більших зразків феромагнетика. В 1932 році Ф. Блох уперше розрахував перехідний шар між доменами – структуру доменної границі. На його честь таку доменну границю називають блохівською.

Перша ж детальна кількісна теорія, що дозволяє довести існування доменів і описати їхні розміри й форму, була побудована 1935 року в класичній роботі Л.Д. Ландау й Е.М. Ліфшиця. У ній пояснювалися практично всі закономірності, на яких базується сучасна теорія доменів. Згідно із цією теорією, намагніченість у доменах практично однорідна. Різні домени розділені один від одного перехідним шаром

– доменною границею. Товщина доменної границі значно більше міжatomної відстані, тобто границя має макроскопічні розміри.

Гіпотеза існування доменів у феромагнетиках одержала підтвердження в експериментах Г. Баркгаузена в 1919 році. За допомогою винайденого на той час електронного підсилювача сигналів він виявив, що намагніченість при намагнічуванні феромагнетика змінюється стрибками (у підсилювачі чулися клацання). Ці клацання (або стрибки) відповідають перемагнічуванню окремого домена або деякої групи доменів і називаються *стрибками Баркгаузена*.

Уперше безпосередньо в мікроскоп спостерігали магнітні домени в 1932 році Ф. Біттер, Л. Хамос і П. Тіссен. У цих експериментах дослідники наносили на феромагнітний кристал суспензію, що містила дрібні феромагнітні зважені частки. Останні концентрувалися в основному поблизу доменних границь, де розподіл намагніченості неоднорідний і є магнітне поле. У результаті була отримана чудова картина магнітних доменів. Зазначений метод згодом одержав назву *методу порошкових фігур* або *фігур Біттера*.

Надалі проводились дослідження з використанням різних методів. Найбільш важливими з них є такі:

- метод розсіяння електронних пучків (Джермер, Мартон, 1948 р.);
- деполяризація пучків поляризованих нейтронів (Берджі, Уоллес, 1948 р.);
- домени в напружених дротинах (Сіксту, Тоїкс, 1933);
- залежність магнітострикції та магнітного опору від прикладеного поля та напруг (Бозорт, 1946 р.).

У наш час для спостереження доменних структур використовуються магнітооптичний метод, метод електронної мікроскопії, рентгенографічний і нейтронографічний методи. З їхньою допомогою вдається одержувати якісні картини магнітних доменів, як на поверхні зразка, так і в об'ємі. Домени у феромагнетиках тепер можна безпосередньо спостерігати й фотографувати. Таким чином, у наш час існування доменів у феромагнетиках є встановленим фактом.

3.2.10. Практичне застосування магнітних матеріалів.

Основними науковими проблемами сучасного вчення про магнетизм є з'ясування природи обмінної взаємодії й взаємодій, що обумовлюють анізотропію в різних типах магнітоупорядкованих кристалів; спектрів елементарних магнітних збуджень (*магнонів*) і механізмів їх взаємодії між собою, а також з фононами (квантами коливань кристалічних ґраток). Важливою проблемою залишається створення теорії переходу з парамагнітного у феромагнітний стан. Дослідження магнітних речовин широко застосовується в різних галузях науки як засіб вивчення хімічних зв'язків і структури молекул (*магнетохімія*). Вивчення діа- і парамагнітних властивостей газів, рідин, розчинів, сполук у твердій фазі дозволяє розібратися в деталях фізичних і хімічних процесів, що протікають у цих тілах, і в їхній структурі. Вивчення магнітних динамічних характеристик (пара-, діа- і феромагнітний, електронний і ядерний резонанси й релаксації) допомагає зрозуміти кінетику багатьох фізичних і фізико-хімічних процесів у різних речовинах. Інтенсивно розвивається *магнітобіологія*.

До найважливіших проблем магнетизму космічних тіл відносяться: з'ясування походження магнітних полів Землі, планет, Сонця,

зірок (зокрема, пульсарів), позагалактичних радіоджерел (радіогалактик, квазарів і ін.), а також ролі магнітних полів у космічних процесах.

Основні технічні застосування магнетизм знаходить в електротехніці, радіотехніці, електроніці, приладобудуванні, електронному обчислювальному обладнанні, морській, авіаційній й космічній навігації, геофізичних методах розвідки корисних копалин, автоматичній й телемеханіці. У техніці широке застосування знайшли також магнітна дефектоскопія й магнітні методи контролю. Магнітні матеріали йдуть на виготовлення магнітопроводів генераторів, двигунів, трансформаторів, реле, магнітних підсилювачів, елементів магнітної пам'яті, стрілок компасів, стрічок магнітного запису і т.д.

Питання для самоперевірки

1. Чим відрізняються полярні діелектрики від неполярних?
2. Що таке іонні діелектрики? Вони полярні чи неполярні?
3. Дайте означення поляризованості діелектрика. У чому суть дипольної поляризації діелектрика?
4. Що таке ступінь поляризації? вектор поляризації?
5. Доведіть, що відносна діелектрична проникність діелектрика дорівнює його діелектричній сприйнятливості, збільшеній на одиницю.
6. Який зв'язок між активними діелектриками та сегнетоелектриками?
7. Який зв'язок між векторами \vec{D} , \vec{P} і \vec{E} у сегнетоелектриків?
8. Поясніть суть діелектричного гістерезису.
9. Чим відрізняється п'єзоефект від електрострикції?
10. Як пояснюється явище існування магнітних властивостей у деяких речовин?
11. Який зв'язок між векторами намагніченості і об'ємною густиною струмів намагнічення?
12. Сформулюйте теорему Бора. Які висновки з неї слідують?
13. У чому суть дослідів Штерна та Герлаха? Що доведено цими дослідями?
14. Поясніть ідею дослідів Ейнштейна-де Гааза. Що доведено цим дослідом? Що таке ефект Барнетта?

15. Запишіть основні рівняннями постійного магнітного поля в магнетиках. Поясніть їх фізичний зміст.

Задачі до розділу 3

1. Площа поперечного перерізу мідного провідника 2 мм^2 при силі струму через нього – 10 А . Знайдіть середню швидкість напрямленого руху електронів, вважаючи, що на кожен атом міді припадає два електрони провідності.
2. При температурі 273 К питомий опір міді дорівнює $15,6 \cdot 10^{-9} \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Знайдіть середню кінетичну енергію теплового руху вільних носіїв струму, які розглядаються як класичний газ, якщо за даної температури питомий опір міді складає $22,4 \cdot 10^{-9} \text{ Ом} \cdot \text{м}$.
3. В атомі йоду, що перебуває на відстані 2 нм від α -частинки індуковано електричний момент $0,8 \cdot 10^{-32} \text{ Кл} \cdot \text{м}$. Знайдіть полязованість цього атома.
4. Відстань між пластинами плоского конденсатора дорівнює 2 мм розділа склом, різниця потенціалів між ними – $1,5 \text{ кВ}$. Знайдіть діелектричну сприйнятливість скла і поверхневу густину зв'язаних зарядів на поверхні діелектрика.
5. В електричне поле напруженістю 1 кВ/м внесли пластинку діелектрика з $\epsilon=2,2$. Поверхневі грані діелектрика перпендикулярні до ліній напруженості електричного поля. Знайдіть поверхневу густину зв'язаних зарядів на поверхні діелектрика.
6. Магнітна сприйнятливість марганцю дорівнює $1,2 \cdot 10^{-4}$, а його густина – $7,2 \text{ г/см}^3$. Знайдіть намагніченість, питому намагніченість та молярну намагніченість марганцю при внесенні в магнітне поле напруженістю 10 кА/м .
7. Нікелева кулька радіусом 2 см поміщена в магнітне поле індукцією $0,8 \text{ Тл}$. Знайдіть магнітний момент, що набуває кулька, якщо магнітна сприйнятливість нікелю $3 \cdot 10^{-3}$.
8. При температурі 300 К та магнітній індукції $0,7 \text{ Тл}$ буда досягнута певна намагніченість парамагнетика. Визначити величину магнітної індукції, при якій збережеться такий же рівень намагніченості, коли температуру збільшити до 400 К .
9. Молекула CO має магнітний момент $1,5 \mu_B$. Знайдіть питому парамагнітну сприйнятливість цього газу за нормальних умов.
10. Визначити, у скільки разів кількість молекул, що мають позитивні проекції магнітного моменту на напрямок вектора індукції зовнішнього магнітного поля більше від кількості молекул, що мають негативні проекції при температурах 0 та 300 К . Індукція зовнішнього поля дорівнює $0,5 \text{ Тл}$, магнітний момент молекули – $1,6 \mu_B$.

4. Вступ до фізики напівпровідників

Фізика напівпровідників є основою твердотільної та мікроелектроніки. Вона вивчає процеси, явища та ефекти, що протікають в напівпровідниках і основні принципи роботи напівпровідникових приладів.

Ще в першій половині XIX століття М. Фарадей виявив, що електропровідність деяких тіл збільшується за експоненціальним законом із зростанням температури у той час, коли електропровідність більшості провідників зменшується із зростанням температури за лінійним законом. Через декілька років Беккерель виявив, що електропровідність речовин, які вивчав Фарадей, збільшується при їх освітленні – в них з'являється фото-ЕРС. 1906 року Браун виявив явище випрямлення змінного електричного струму на контакті свинцю і фериту (FeS_2). Ці «дивні» речовини, що мали на той час загадкові властивості, назвали напівпровідниками.

Дослідження напівпровідників активізувалися на початку XX століття після заснування квантової механіки. Квантова механіка допомогла створити зонну теорію твердих тіл, пояснивши поведінку електронів в твердих тілах. Зонна теорія твердих тіл вказала строгий критерій їх поділу на метали, діелектрики та напівпровідники.

Зонна теорія твердих тіл дозволила розкрити до кінця 30-х років XX століття природу явищ в контакті напівпровідника n і p типу, тобто фізичну теорію випрямлення. У зв'язку з цим були створені p - n -переходи – найважливіші прилади твердотільної електроніки. 1948 року були створені транзистори на n - p - n і p - n - p -переходах. Сьогодні напівпровідники визначають прогрес в цілому ряді галузей народного господарства розвинених країн.

Початком широкого виробництва напівпровідникових приладів можна вважати середину 50-х років. На цьому етапі створювався новий вигляд дискретних p - n -переходів і транзисторів. Проте до кінця 50-х років разом з дискретною твердотільною електронікою почала розвиватися інтегральна електроніка. Це стало можливим завдяки розробці планарної технології, вона стала високопродуктивним методом групового виготовлення напівпровідникових приладів й інтегральних схем.



Рис. 4.1. Перший транзистор, створений групою спеціалістів Bell Labs, 1947 г. (фото з сайту www.wikipedia.org).

Впродовж достатнього тривалого часу спостерігається тенденція експоненціального збільшення ступеня інтеграції твердотільних мікросхем. Можливі три шляхи її зростання:

- 1) Пов'язаний із зменшенням топологічного розміру та відповідно підвищенням щільності упаковки й елементів на кристалі.
- 2) Збільшення площі кристала. Проте отримання бездефектних кристалів великої площі складне технологічне завдання. Наявність дефектів в кристалі знижує відсоток виходу інтегральних схем.
- 3) Оптимізація компоновки елементів на кристалі. Розрахунки показують, що на монолітному кристалі кремнію може бути досягнутий ступінь інтеграції 10^7 елементів на кристалі.

Використання в технології напівпровідникових приладів проме-

невих методів, іонно-променевих та рентгенівських дозволяє отримувати прилади розмірами 10-25 нм (наноелектроніка).

4.1. Концентрація рівноважних носіїв заряду і положення рівня Фермі в напівпровідниках

4.1.1. Власний напівпровідник

Носії заряду, що генеруються тепловим рухом, називаються *рівноважними*. Рівноважна концентрація носіїв заряду – це концентрація рухомих носіїв заряду в напівпровідниках в умовах термодинамічної рівноваги. У власному напівпровіднику при деякій сталій температурі рівноважні концентрації електронів n і дірок p рівні та набагато менші кількості рівнів у енергетичних зонах. Тому електрони в зоні провідності займають енергетичні рівні поблизу її нижньої межі, а дірки у валентній зоні – поблизу її верхньої межі (рис.4.2). Тому кон-

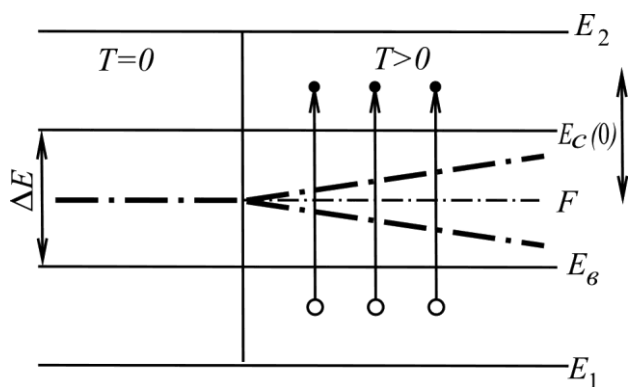


Рис.4.2. Положення рівня Фермі у власних напівпровідниках.

центрації електронів n і дірок p у власному напівпровіднику визначаються концентрацією електронів біля дна зони провідності й концентрацією дірок поблизу верху валентної зони.

Оскільки електрони дна зони провідності і дірки верху валентної зони підкоряються

статистиці Фермі-Дірака, то й розподіл їх за енергіями може бути описано формулами:

$$\left. \begin{aligned} dn &= \frac{4\pi}{h^3} (2m_n^*)^{3/2} f_n \sqrt{E} \cdot dE; \\ dp &= \frac{4\pi}{h^3} (2m_p^*)^{3/2} f_p \sqrt{(-\Delta E - E)} \cdot dE, \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

де dn, dp – відповідно кількість електронів та дірок в одиниці об'єму, енергія яких знаходиться в межах від E до $E+dE$, або для дірок в межах від $(-\Delta E-E)$ до $[(-\Delta E-E)+dE]$; m_n^*, m_p^* – ефективні маси електрона та дірки; f_n, f_p – функція Фермі-Дірака для електронів та для дірок; E – енергія, відносно рівня E_c , умовно прийнятого за нуль.

Запишемо функцію Фермі-Дірака, відраховуючи енергію електронів, що перебувають у зоні провідності вгору від дна зони провідності, прийнятої за нуль, а енергію дірок, що знаходяться у валентній зоні, – вниз від дна зони провідності.

Для електронів та дірок відповідно одержимо:

$$\left. \begin{aligned} f_n &= \frac{1}{\exp\left(\frac{E-F}{kT}\right) + 1}; \\ f_p &= 1 - f_n, \quad f_p = \frac{1}{\exp\left(-\frac{E-F}{kT}\right) + 1}. \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

Для знаходження концентрації електронів в зоні провідності та дірок у валентній зоні потрібно проінтегрувати вирази (4.1) за усіма значеннями енергій електронів в зоні провідності і дірок у валентній зоні. При цьому врахуємо, що оскільки у власних напівпровідниках кількість електронів, що переходять у зону провідності, звичайно, значно менша кількості енергетичних рівнів в зоні провідності, тому лише мала частина рівнів зони провідності зайнята електронами, тобто $f_n \ll 1$ або з (4.2) маємо:

$$\frac{1}{\exp\left(\frac{E-F}{kT}\right) + 1} \ll 1 \Rightarrow \exp\left(\frac{E-F}{kT}\right) \gg 1 \Rightarrow \frac{E-F}{kT} \gg 0, \quad (4.3)$$

тому у виразах (4.2) можна знехтувати одиницею в знаменнику.

Таким чином, електронний газ в зоні провідності та дірковий газ у валентній зоні є зазвичай газами невинродженими ($f_n < 1$), а відповідні напівпровідники називаються *невинродженими напівпровідниками*. Носії заряду в таких напівпровідниках підкоряються статистиці Максвелла-Больцмана.

Якщо умова $f_n < 1$ у напівпровідниках не виконується, то стан називається *винродженим*. Для винродженого стану середня енергія електронів напівпровідника, як і металу, не залежить від температури. На відміну від винродженого стану в невинродженому напівпровіднику середня енергія електронів залежить від температури і зростає з її збільшенням.

Оскільки із зростанням енергії E функція f_n досить швидко убиває, то верхня межа інтегрування у випадку електронів може бути замінена $+\infty$, а нижня межа інтегрування у випадку дірок — $-\infty$.

Обчисливши інтеграли, отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} n &= \int_0^{E_2} \frac{4\pi}{h^3} (2m_n^*)^{3/2} f_n \sqrt{E} \cdot dE = \int_0^{\infty} \frac{4\pi}{h^3} (2m_n^*)^{3/2} f_n \sqrt{E} \cdot dE = \\ &= 2(2\pi m_n^* kT)^{3/2} h^{-3} \exp\left(\frac{F}{kT}\right); \\ p &= \int_0^{-\Delta E} \frac{4\pi}{h^3} (2m_p^*)^{3/2} f_p \sqrt{(-E - \Delta E)} \cdot dE = \int_0^{-\infty} \frac{4\pi}{h^3} (2m_p^*)^{3/2} f_p \sqrt{(-E - \Delta E)} \cdot dE = \\ &= 2(2\pi m_p^* kT)^{3/2} h^{-3} \exp\left(-\frac{\Delta E + F}{kT}\right). \end{aligned} \right\} (4.4)$$

Позначимо через $N_c = 2(2\pi m_n^*)^{3/2} h^{-3}$ та $N_v = 2(2\pi m_p^*)^{3/2} h^{-3}$ ефективну густину станів відповідно в зоні провідності й у валентній зонах. Тоді вирази (4.4) набудуть вигляду:

$$n = N_c \exp\left(\frac{F}{kT}\right); \quad p = N_v \exp\left(-\frac{\Delta E + F}{kT}\right). \quad (4.5)$$

Для власного напівпровідника $n=p$, тому, прирівнюючи вирази (4.5) логарифмуванням та наступним перетворення знайдемо:

$$F = -\frac{\Delta E}{2} - \frac{3}{4} kT \cdot \ln \frac{m_n^*}{m_p^*}. \quad (4.6)$$

При $T = 0 \text{ К} \Rightarrow F = -\frac{\Delta E}{2}$, тобто при абсолютному нулі рівень Фермі у власному напівпровіднику розташовується посередині забороненої зони. З підвищенням температури рівень Фермі зміщується вгору до зони провідності, якщо $m_p^* > m_n^*$, або вниз до валентної зони, якщо $m_p^* < m_n^*$. Якщо ж $m_p^* = m_n^*$, то рівень Фермі при будь-якій температурі проходить посередині забороненої зони. Зазвичай $m_p^* > m_n^*$, тому рівень Фермі у власному напівпровіднику дещо зміщений відносно середини забороненої зони – він розташований ближче до зони провідності і при підвищенні температури зміщується вгору.

Визначимо власну концентрацію носіїв заряду ($n=p=n_i$):

$$n_i = \sqrt{np} = \sqrt{N_c N_v \exp\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right)} = B \cdot \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right), \quad (4.7)$$

де $B = (N_c N_v)^{3/2} /$

Вираз (4.7) визначає температурну залежність концентрації носіїв заряду у власному напівпровіднику. Величина B слабо залежить від температури. Для багатьох напівпровідників з підвищенням температури ширина забороненої зони зменшується за лінійним законом:

$$\Delta E = \Delta E_0 - \alpha T, \quad (4.8)$$

де ΔE_0 – ширина забороненої зони при 0 К ; α – постійний коефіцієнт для даного напівпровідника.

Існують дві фізичні причини, що пояснюють температурну залежність ширини забороненої зони. Перша з них полягає в тому, що зі зміною температури змінюється амплітуда коливань атомів кристалі-

чної решітки, унаслідок чого зі збільшенням температури ширина забороненої зони зменшується. Друга причина тісно пов'язана з першою та полягає в тому, що зміна температури призводить до зміни об'єму напівпровідника, тобто до зміни міжатомних відстаней. Ця обставина викликає у одного типу напівпровідника зі збільшенням температури звуження забороненої зони, в іншого – її розширення. Унаслідок одночасної дії цих фізичних чинників, що конкурують один з одним, остаточний ефект залежить від того, який з них переважає.

Якщо врахувати температурну залежність ширини забороненої зони напівпровідника, то для n_i отримаємо:

$$n_i = B \cdot e^{\alpha/2k} \cdot e^{-\Delta E/2kT}. \quad (4.9)$$

4.1.2. Домішковий напівпровідник

У домішковому напівпровіднику в забороненій зоні є донорні й (або) акцепторні рівні. Тому при визначенні положення рівня Фермі та концентрації носіїв заряду треба враховувати не тільки вільні носії, але й електрони на акцепторних і дірки на донорних рівнях.

Імовірність заповнення домішкових рівнів електронами визначається функцією Фермі-Дірака

$$f_n = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_n - F}{kT}\right) + 1}; \quad (4.10)$$

де E_n — енергія електронів на домішкових рівнях.

Кількість електронів в одиниці об'єму на акцепторних рівнях, для яких енергія $E_n = E_a = -(\Delta E - \Delta E_a)$ може бути виражена $n_a = N_a \cdot f$, де N_a — кількість акцепторних рівнів (атомів) в одиниці об'єму.

Аналогічно концентрація дірок на донорних рівнях для яких $p_d = N_d - n_d$, де N_d – кількість рівнів (атомів) донорної домішки в одиниці об'єму; n_d – кількість електронів в одиниці об'єму на донорних рівнях, для яких енергія $E_n = E_d = -\Delta E_d$, а $n_d = N_d \cdot f$.

Виходячи з вимоги електричної нейтральності всього напівпровідника, сумарний заряд всіх заряджених частинок повинен бути рівним нулю, тому маємо:

$$n + n_a = p + p_d \quad (4.11)$$

Розглянемо концентрацію носіїв струму і положення рівня Фермі в найпоширеніших домішкових напівпровідниках: донорному й акцепторному.

Донорний напівпровідник. При низьких температурах можна нехтувати порівняно незначною кількістю переходів електронів з валентної зони в зону провідності й розглядати тільки перехід електронів з донорних рівнів в зону провідності. При цьому концентрація електронів в зоні провідності буде дорівнювати концентрації дірок на донорних рівнях ($n_n = p_d$).

Якщо концентрація вільних електронів n_n невелика $f \ll 1$, то концентрація електронів в зоні провідності донорного напівпровідника (n -типу) обчислюється аналогічно концентрації для власного напівпровідника за формулою (4.5), але з іншим значенням рівня Фермі:

$$n_n = N_c \exp\left(\frac{F_n}{kT}\right), \quad (4.12)$$

аналогічно для дірок

$$p_d = N_d \exp\left(-\frac{\Delta E_d + F_n}{kT}\right) \quad (4.13)$$

Прирівнявши вирази (4.12) та (4.13), після логарифмування отримаємо:

$$F_n = -\frac{\Delta E_\partial}{2} + \frac{1}{2} kT \cdot \ln \frac{N_\partial}{N_c}. \quad (4.14)$$

При $T=0$ К $\Rightarrow F_n = -\frac{F_\partial}{2}$, тобто при абсолютному нулі рівень

Фермі в донорному напівпровіднику розташовується посередині між донорними рівнями і дном зони провідності (рис.4.3). З підвищенням температури, поки $N_c < N_\partial$, рівень Фермі піднімається до дна вільної зони, а при вищих температурах, коли $N_c > N_\partial$, рівень Фермі опускається до середини забороненої зони. Останнє спостерігається тому, що при високих температурах починається помітний перехід електронів із валентної зони в зону провідності і зростає концентрація власних носіїв n_i .

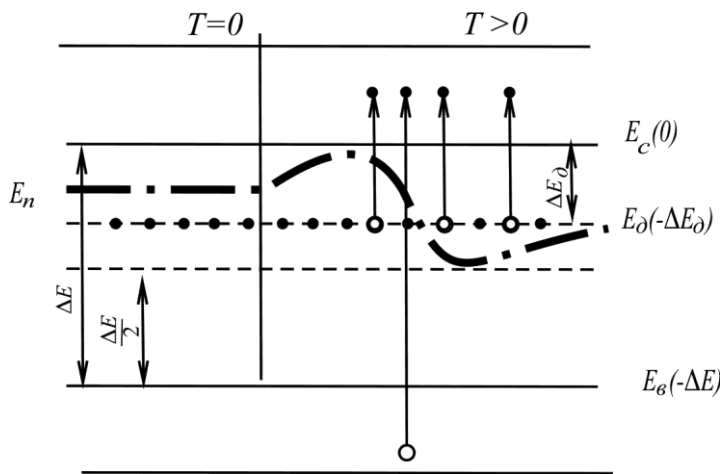


Рис.4.3. Положення рівня Фермі в донорному напівпровідникові.

ка при порівняно низьких температурах і частковій іонізації домішкових атомів:

$$n = \sqrt{N_c N_\partial} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta E_\partial}{2kT}\right), \quad (4.15)$$

де величина виразу під коренем квадратним слабо залежна від температури порівняно з експоненціальним множником.

Оскільки $n_n = p_\partial = n$, то

$$n^2 = n_n p_\partial, \text{ тобто } n = \sqrt{n_n p_\partial}$$

тому, підставивши значення n_n і p_∂ з виразів (4.12) і (4.13) у останню формулу, отримаємо співвідношення для визначення температурної залежності концентрації вільних електронів донорного напівпровідника

При вищих температурах, коли концентрація власних носіїв ще невелика ($n_i \ll N_d$), а всі електрони з донорних рівнів перейшли в зону провідності, то концентрація електронів в зоні провідності n стає рівною концентрації донорної домішки: $n = N_d$ при $kT > E_d$. Ця область температур носить назву *області виснаження домішки*. В області виснаження домішки концентрація основних носіїв заряду (електронів) залишається постійною ($n = N_d$), концентрація ж неосновних носіїв заряду (дірок) різко зростає із зростанням температури згідно *закону діючих мас*, (добуток рівноважних концентрацій основних і неосновних носіїв в даному напівпровіднику дорівнює квадрату концентрації власних носіїв в цьому напівпровіднику):

$$np = n_i^2, \quad p = \frac{n_i^2}{N_d} = \frac{n_i^2}{n} = \frac{N_c N_v}{N_d} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right). \quad (4.16)$$

При подальшому підвищенні температури разом із зростанням концентрації дірок буде рости концентрація електронів, поки не порівняється з концентрацією p . У цьому випадку провідність напівпровідника з домішкової перетворюється на власну. Область температур, в якій концентрація носіїв заряду в напівпровіднику визначається термічною генерацією пар носіїв заряду і практично не залежить від дефектів кристалічної решітки, є *областю температур власної електропровідності напівпровідників*. Температура переходу від виснаження домішки до власної провідності залежить від концентрації домішки для даного напівпровідника і від ширини забороненої зони. Перехід до власної провідності відбувається при тим вищій температурі, чим ширша заборонена зона і чим більша концентрація домішки.

Акцепторний напівпровідник. При не досить високих температурах можна нехтувати порівняно слабким переходом електронів з

валентної зони в зону провідності та розглядати тільки перехід електронів з валентної зони на акцепторні рівні E_a (рис.4.4).

При цьому концентрація дірок у валентній зоні p_p дорівнює концентрації електронів на акцепторних рівнях n_a ($p_p=n_a$). Оскільки при низьких температурах кількість електронів на акцепторних рівнях мала, то у формулі (4.10) можна нехтувати одиницею в знаменнику і записати для концентрації електронів на акцепторних рівнях:

$$n_a = N_a \cdot f = N_a \exp\left(\frac{\Delta E - \Delta E_a + F_p}{kT}\right), \quad (4.17)$$

де F_p — рівень Фермі в напівпровіднику з дірковою провідністю.

Концентрація дірок у валентній зоні діркового напівпровідника при $f < 1$ обчислюється аналогічно концентрації для власного напівпровідника, але з іншим значенням рівня Фермі:

$$p_p = N_v \exp\left(\frac{E_v - F_p}{kT}\right) = N_v \exp\left(-\frac{\Delta E - F_p}{kT}\right). \quad (4.18)$$

Прирівнявши (4.17) і (4.18), прологарифмувавши і перетворивши отримаємо

$$F_p = -\left(\Delta E - \frac{\Delta E_a}{2}\right) - \frac{kT}{2} \ln \frac{N_a}{N_v}. \quad (4.19)$$

При $T = 0 \text{ K} \Rightarrow E_p = -(\Delta E - \Delta E_a/2)$, а це значить, що при температурі абсолютного нуля рівень Фермі проходить посередині між акцепторними рівнями E_a і вершиною валентної зони E_v . З підвищенням температури ($T > 0 \text{ K}$), поки $N_a > N_v$, рівень Фермі наближається ближче до стелі валентної зони, а при вищих температурах, коли $N_a < N_v$ — піднімається вгору і наближається до середини забороненої зони (рис.4.4), оскільки при високих температурах починають відігравати роль переходи електронів з валентної зони в зону провідності.

Оскільки $p_p = n_a = p$, $p^2 = p_p \cdot n_a$, тоді $p = \sqrt{n_a p_p}$, а підставивши значення n_a і p_p з виразів (4.17) і (4.18), отримаємо співвідношення для температурної залежності концентрації вільних дірок акцепторного напівпровідника при порівняно низьких температурах і частковій іонізації акцепторних атомів:

$$p = \sqrt{N_a N_p} \exp\left(\frac{\Delta E_a}{2kT}\right). \quad (4.20)$$

При вищих температурах, але ще таких, що концентрація влас-

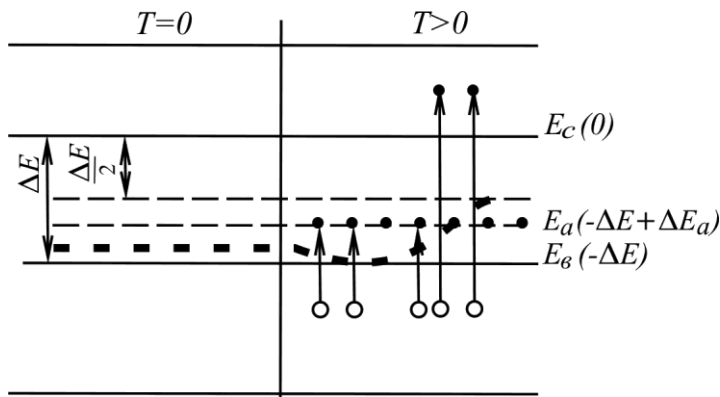


Рис.4.4. Положення рівня Фермі у напів-
провідників з дірковою провідністю.

них носіїв мала ($n_i \ll N_a$), всі акцепторні рівні заповнюються електронами, що перейшли з валентної зони (область виснаження домішки). В області виснаження домішки концентрація дірок p стає рівною концентрації акцепторної

домішки: $p = N_a$ при $kT > \Delta E_a$, а концентрація електронів різко зростає із зростанням температури згідно закону діючих мас:

$$n = \frac{n_i^2}{N_a} = \frac{n_i^2}{p} = \frac{N_c N_v}{N_a} \exp\left(\frac{\Delta E}{kT}\right). \quad (4.21)$$

Подальше підвищення температури призводить до виникнення все більшої кількості власних носіїв дірок та електронів, а при деякій температурі, коли $n=p$, провідність напівпровідника з домішкової перетворюється на власну.

4.2. Залежність рухливості носіїв заряду від температури

За відсутності зовнішнього електричного поля вільні електрони і дірки напівпровідника, що виникають при $T > 0$ К, здійснюють хаотичний безладний рух. При прикладанні електричного поля E електрони отримують прискорення у напрямку, протилежному полю

$$a_n = \frac{q_o E}{m_n^*}, \quad (4.22)$$

а дірки – у напрямку поля

$$a_p = \frac{q_o E}{m_p^*}. \quad (4.23)$$

Унаслідок теплового руху атомів і наявності дефектів кристалічної решітки відбувається розсіяння електронів і дірок при зіткненні з дефектом або атомом, що виконують коливальний рух. В результаті цього електрон і дірка не прискорюються необмежено, як у вакуумі, а рухаються з певною середньою швидкістю. Середні додаткові швидкості всієї сукупності електронів і дірок напівпровідника, киликані дією сил поля з урахуванням статистичного розподілу тимчасових інтервалів вільного пробігу електрона і дірки, дорівнюють:

$$\Delta v_n = \frac{q_o E}{m_n^*} \bar{\tau}_n; \quad \Delta v_p = \frac{q_o E}{m_p^*} \bar{\tau}_p, \quad (4.24)$$

де $\bar{\tau}_n, \bar{\tau}_p$ – відповідно середній час вільного пробігу електронів і дірок, або *час релаксації*, протягом якого відбувається спад струму в напівпровіднику в e разів після зняття зовнішнього поля.

Середній час вільного пробігу електронів та дірок пов'язаний з їхньою середньою довжиною вільного пробігу ($\bar{\lambda}$) та середньою швидкістю теплового руху (\bar{v}):

$$\bar{\tau}_n = \frac{\bar{\lambda}_n}{\bar{v}_n}; \quad \bar{\tau}_p = \frac{\bar{\lambda}_p}{\bar{v}_p}. \quad (4.25)$$

Підставивши значення $\bar{\tau}_n, \bar{\tau}_p$ у вирази (4.25) одержимо рівняння для рухливості носіїв заряду:

$$u_n = \frac{\Delta v_n}{E} = \frac{q_o \bar{\lambda}_n}{m_n^* \bar{v}_n}; \quad u_p = \frac{\Delta v_p}{E} = \frac{q_o \bar{\lambda}_p}{m_p^* \bar{v}_p}; \quad (4.26)$$

де u_n і u_p – відповідно рухливості електронів і дірок.

Рухливості u_n і u_p різні за величиною унаслідок відмінності в ефективних масах і часі вільного пробігу електрона і дірки, які залежать від механізму розсіювання електронів і дірок в кристалічній решітці.

Можна виділити декілька основних механізмів розсіювання носіїв заряду:

- 1) на теплових коливаннях структурних елементів кристалічної решітки;
- 2) на іонізованих домішках (іонах домішки);
- 3) на нейтральних домішках (атомах домішки);
- 4) на дефектах кристалічної решітки (вакансіях, точкових дефектах, дислокаціях, межах кристалітів, площинах спайності тощо);
- 5) на носіях заряду.

Зважаючи на звично малу концентрацію дефектів і носіїв заряду четвертим і п'ятим видами розсіювання в теорії напівпровідників зазвичай нехтують.

4.2.1. Розсіювання носіїв на теплових коливаннях атомних решіток

Зрозуміло, що розсіювання носіїв (хвиль цих носіїв) повинне бути прямо пропорційним поперечному перерізу того об'єму, який займає

коливний атом. Цей переріз прямо пропорційний квадрату амплітуди коливань атомів, що визначають енергію кристалічної решітки. Енергія решітки зростає з температурою за лінійним законом. Отже, розсіювання, що характеризується коефіцієнтом розсіювання η прямо пропорційне температурі T :

$$\eta \sim T, \quad \lambda = \frac{1}{\eta} \sim \frac{1}{T}. \quad (4.27)$$

Середня швидкість теплового руху носіїв заряду в невідроджених напівпровідниках залежить від температури так само, як швидкість руху молекул ідеального газу: $v \sim \sqrt{T}$, тому із (4.26) одержуємо:

$$u_1 \sim T^{-3/2}, \quad (4.28)$$

тобто із зростанням температури рухливість, обумовлена розсіюванням на теплових коливаннях кристалічної решітки, зменшується. Розсіювання на теплових коливаннях решітки відіграє переважну роль при високих температурах, а розсіювання на дефектах решітки і домішках в основному виявляється при низьких температурах.

4.2.2. Розсіювання носіїв на іонізованих домішках

Для цього механізму розсіювання характерне зменшення ефективності розсіювання рухомого заряду при збільшенні швидкості руху, оскільки із збільшенням швидкості зменшується час дії центрів розсіювання на рухомі заряди. Внаслідок цього довжина вільного пробігу носія зростає із збільшенням швидкості за законом: $\lambda \sim v^4$, а рухливість $u_2 \sim v^3$, а враховуючи, що $v \sim \sqrt{T}$, отримуємо

$$u_2 \sim T^{3/2}, \quad (4.29)$$

отже, рухливість носіїв заряду при розсіюванні на іонізованих домішках зростає пропорційно $T^{3/2}$. Цей механізм розсіювання переважає над пер-

шим при низьких температурах. Якщо в розсіянні носіїв беруть участь обидва розглянуті механізми розсіяння і вони незалежні, то температурна залежність рухливості носіїв може бути представлена співвідношенням вигляду:

$$\frac{1}{u} = \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} = aT^{3/2} + bT^{-3/2}, \quad (4.30)$$

де a і b – коефіцієнти пропорційності.

4.2.3. Розсіяння носіїв на нейтральних домішках

Розсіяння такого типу не залежить ні від температури, ні від енергії носіїв і зазвичай відіграє другорядну роль, що робить вплив лише при дуже низьких температурах, коли теплові коливання решітки не мають помітної ролі, а ступінь іонізації домішок ще мала. При зміні температури може змінитися й ефективна маса носіїв заряду. Простою, але не єдиною причиною цієї зміни є теплове розширення кристалічної решітки.

Загалом залежність рухливості носіїв заряду від температури виявляється досить складною, і лише в порівняно вузькому інтервалі температур її можна виразити степеневою залежністю виду $u \sim T^n$ (n може набувати цілих або дробових, позитивних або негативних значень). Це пояснюється тим, що в реальних напівпровідниках при даній температурі мають місце й інші механізми розсіяння, такі, як розсіяння на оптичних коливаннях, двохфононне розсіяння, розсіяння на носіях заряду та інше. У деяких напівпровідниках істотний внесок в температурну залежність рухливості дає зміна ефективної маси з температурою, а також виявляються носії заряду з різною рухливістю дірок у валентній і домішковій зонах, а також і електронів в зоні провідності.

Рухливість електронів і дірок залежить також від концентрації домішки. Із зростанням концентрації іонів домішки рухливість електронів і дірок зменшується. Зазвичай рухливість електронів в дірково-му напівпровіднику менша рухливості електронів в електронному напівпровіднику, оскільки електрони сильно розсіваються в кулонівському полі дірок подібно до того, як вони розсіваються в полі іонів.

Таким чином, рухливість носіїв заряду залежить від складу та досконалості кристалічної структури напівпровідника й температури. При високих температурах основним механізмом розсіяння є розсіяння на теплових коливаннях кристалічної решітки, тому рухливість носіїв заряду із зростанням температури зменшується згідно з (4.28). При низьких же температурах в основному впливає розсіяння на іонах домішки, унаслідок чого при малих температурах рухливість носіїв в домішкових напівпровідниках збільшується.

4.3. Температурна залежність електропровідності напівпровідників

Електропровідність напівпровідників, як відомо з формул (2.21–2.23), залежить від концентрації носіїв заряду (n , p) та їх рухливості (u_n , u_p). Враховуючи залежність концентрації та рухливості носіїв заряду від температури, [див. формули $n_i = \sqrt{np} = \sqrt{N_c N_e \exp(-\frac{\Delta E}{kT})} = B \cdot e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}$ (4.7) і $u_i \sim T^{-3/2}$ (4.29)], питому електропровідність власного напівпровідника можна записати у вигляді:

$$\gamma_i = CT^{-3/2} \exp(-\frac{\Delta E}{2kT}). \quad (4.31)$$

Тут множник $CT^{-3/2}$ слабо залежить від температури, тоді як множник $e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}$, навпаки, суттєво залежний від температури, якщо

$\Delta E \gg kT$. Отже, для не високих температур можна вважати, що $CT^{-3/2} = \gamma_{oi}$, а вираз для питомої електропровідності власного напівпровідника замінити простішим:

$$\gamma_i = \gamma_{oi} \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right) \quad (4.32)$$

У домішковому напівпровіднику при достатньо високих температурах провідність напівпровідника є власною, а при низьких температурах домішковою. В області низьких температур для питомої електричної домішкової провідності можна записати:

- для домішкового напівпровідника з одним типом домішки

$$\gamma_n = \gamma_{on} \exp\left(-\frac{\Delta E_d}{2kT}\right) \text{ та } \gamma_p = \gamma_{op} \exp\left(-\frac{\Delta E_d}{2kT}\right) \quad (4.33)$$

- для домішкового напівпровідника з акцепторною та донорною домішками

$$\gamma = \gamma_o \exp\left(-\frac{\Delta E_{dom}}{2kT}\right) \quad (4.34)$$

де ΔE_{dom} — енергія активації домішкового напівпровідника.

В області виснаження домішки концентрація основних носіїв залишається постійною, а провідність змінюється унаслідок зміни рухливості з температурою. Якщо основним механізмом розсіяння носіїв в області виснаження домішки є розсіяння на теплових коливаннях кристалічної решітки, то провідність зменшується із зростанням температури. Якщо ж основним механізмом розсіяння є розсіяння на іонізованих домішках, то провідність збільшуватиметься із зростанням температури.

Практично при дослідженні температурної залежності провідності напівпровідників часто користуються не провідністю, а просто

опором напівпровідника. Для тих областей температур, коли формули (4.32-4.34) справедливі, можна записати для опору напівпровідників:

- для власного напівпровідника

$$R_i = R_{oi} \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right); \quad (4.35)$$

- для напівпровідників n - та p -типу відповідно

$$R_n = R_{on} \exp\left(-\frac{\Delta E_d}{2kT}\right) \text{ та } R_p = R_{op} \exp\left(-\frac{\Delta E_a}{2kT}\right); \quad (4.36)$$

- для домішкового напівпровідника з акцепторними та донорними домішками

$$R = R_o \exp\left(-\frac{\Delta E_{dom}}{2kT}\right). \quad (4.37)$$

Вимірявши температурну залежність опору напівпровідника в певному інтервалі температур, з виразу (4.35) можна визначити, ширину забороненої зони ΔE , з формул (4.36) — енергію іонізації донорної ΔE_d або акцепторної ΔE_a домішки, а з рівняння (4.37) — енергію активації напівпровідника ΔE_{dom} .

Залежність опору напівпровідників від температури значно різкіша, ніж для металів: температурний коефіцієнт опору у них в десятки разів вищий, ніж у металів і має від'ємний знак.

Теплоелектричні напівпровідникові прилади, що використовують залежність електричного опору напівпровідника від температури називаються *термісторами* або *терморезисторами*. Такі прилади призначені для реєстрації зміни температури навколишнього середовища. Матеріалами для виготовлення терморезисторів служать суміші оксидів різних металів: міді, мангану, цинку, кобальту, титану, нікелю та інші. Малі габарити, невелика маса, висока механічна міцність і надійність, значний термін служби і висока чутливість термо-

резисторів визначили широке практичне застосування їх в приладах для вимірювання та регулювання температури, вимірювання потужності електромагнітного випромінювання, швидкості потоку рідин і газів, різних реле часу.

4.4. Фотопровідність напівпровідників

Вільні носії заряду в напівпровідниках можуть створюватись не лише тепловою дією на них, а й іншими процесами: зіткненням зі швидкими електронами, α -частинками, іонізацією під дією світла та інших випромінювань. Оскільки вільні носії в цьому випадку виникають за рахунок безпосереднього поглинання енергії, то тепла енергія кристалічної решітки практично залишається незмінною. При цьому порушується тепла рівновага між решіткою та вільними носіями заряду. Електрони або дірки провідності (вільні носії заряду), котрі не перебувають у термодинамічній рівновазі, називаються *нерівноважними носіями заряду*.

Кількість нерівноважних носіїв заряду зазвичай невелика, а запасена ними надлишкова енергія в порівнянні з енергією кристалічної решітки досить мала, тому накладання та зняття зовнішнього збудження не впливає на концентрацію рівноважних носіїв заряду, а повна концентрація носіїв заряду n - або p -типу дорівнює сумі концентрацій рівноважних (n_0, p_0) і нерівноважних ($\Delta n, \Delta p$) носіїв заряду:

$$n = n_0 + \Delta n; \quad p = p_0 + \Delta p. \quad (4.38)$$

При виникненні нерівноважних носіїв заряду змінюється повна концентрація носіїв заряду, а отже, і положення рівня Фермі. Аналогічно співвідношенням (4.17), (4.18) можна записати:

$$n = N_o \exp\left(\frac{F_n^* - E_c}{kT}\right); \quad p = N_o \exp\left(\frac{E_v - F_p^*}{kT}\right), \quad (4.39)$$

де F_n^*, F_p^* – квазірівні Фермі для електронів і дірок відповідно. За відсутності термодинамічної рівноваги квазірівні Фермі віграють ту ж роль, що й рівні Фермі в умовах рівноваги

Виникнення нерівноважних носіїв заряду призводить і до зміни провідності напівпровідника:

$$\gamma = \gamma_t + \Delta\gamma = q_0 (n_0 u_n + p_0 u_p) + q_0 (\Delta n u_n + \Delta p u_p), \quad (4.40)$$

де γ_t – темнова (без дії зовнішніх збуджувачів) провідність; $\Delta\gamma = q_0 (\Delta n u_n + \Delta p u_p)$ — нерівноважна провідність (фотопровідність).

Зміна електричного опору напівпровідника, обумовлена виключно дією електромагнітного випромінювання і не пов'язана з його нагріванням, називається *фоторезистивним ефектом* або *внутрішнім фото ефектом*.

При поглинанні квантів енергії можливі три типи переходів, що призводять до появи фотопровідності (рис. 4.5):

1) перехід **1** (із валентної зони E_v в зону провідності E_c) відповідає власному поглинанню світла (основними атомами кристала), що приводить до утворення вільного електрона і вільної дірки на кожен поглинутий фотон (*власна фотопровідність*, $\Delta n = \Delta p$);

2) переходи **2** та **3** (переходи всередині зон) не призводять до зміни концентрації носіїв, але можуть змінювати їхню рухливість, а отже електропровідність;

3) перехід **4** (з домішкового рівня E_d

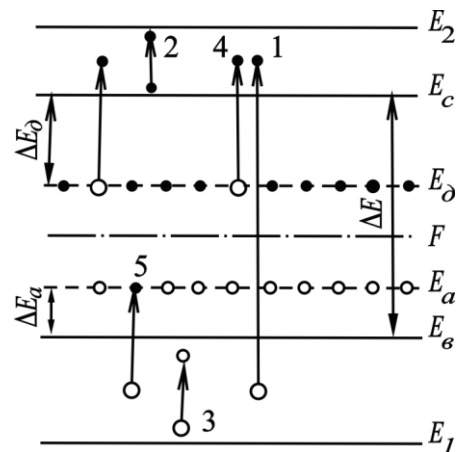


Рис.4.5. Можливі переходи електронів у напівпровідникові при поглинанні квантів енергії.

у зону провідності E_c) відповідає поглинанню світла локальною недовісконалістю в кристалі (наприклад, донорами), при цьому на кожен поглинений фотон утворюється вільний електрон і дірка, пов'язана з відповідним центром;

4) перехід **5** (з валентної зони E_v на акцепторний рівень E_a) відповідає випадку, коли поглинутий фотон переводить електрон на незайнятий локальний рівень (акцепторний), унаслідок чого утворюється вільна дірка, і зв'язаний електрон.

Якщо нерівноважні носії заряду є неосновними, а їхня концентрація перевищує темнову концентрацію основних носіїв заряду, то при його освітленні змінюється тип провідності напівпровідника.

Для збудження власних атомів напівпровідника (перехід **1**) фотон повинен володіти енергією $h\nu_1 \geq \Delta E$, де ΔE – енергія активації власних атомів; для збудження домішкових атомів (переходи **4** і **5**) – $h\nu_4 \geq \Delta E_d$ та $h\nu_5 \geq \Delta E_a$, де ΔE_d і ΔE_a – відповідно енергія активації донорних і акцепторних атомів).

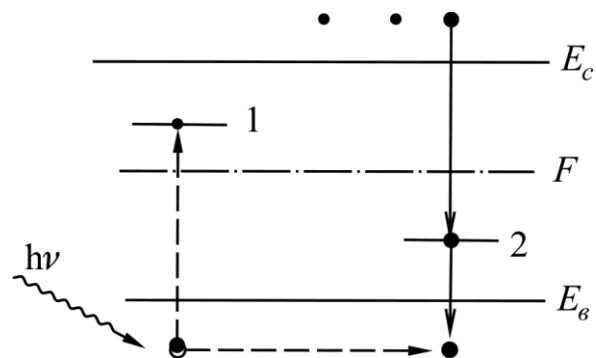


Рис.4.6. До пояснення явища негативної фотопровідності.

Максимальна довжина хвилі або червона межа фотопровідності, при якій фотони є ще фотоелектрично активними, тобто створюють вільні носії заряду, визначається співвідношеннями:

- для власної фотопровідності $\lambda_{max} = \frac{ch}{\Delta E}, \quad (4.41)$

- для домішкової фотопровідності $\lambda_{max.дом} = \frac{ch}{\Delta E_d}. \quad (4.42)$

Іноді поглинання випромінювання в напівпровідниках викликає зменшення темної провідності. Таке явище називається *негативним фоторезистивним ефектом* або *негативною фотопровідністю*. Негативна фотопровідність спостерігається у ряді напівпровідникових матеріалів (Se , $AgBr$, Cu_2O й інших) за певних умов, обумовлених присутністю дефектів і домішок у напівпровідникових кристалах.

Якісно явище негативної фотопровідності може бути пояснено наявністю двох локальних рівнів (рис.4.6), розташованих поблизу дна зони провідності (1) і стелі валентної зони (2). Вони можуть бути утворені атомами домішок, атомами в міжвузлях, вакансіями негативних іонів й іншими причинами.

Нехай у напівпровідникові n -типу з темною рівноважною концентрацією електронів n_0 кванти світла з енергією $h\nu$ збуджують електрони валентної зони, переводячи їх на локальні рівні 1, розташовані між рівнем Фермі та зоною провідності. Якщо теплове збудження електронів з рівнів 1 відбувається повільніше, ніж рекомбінація електронів і дірок через рівень 2, а дірки не можуть безпосередньо рекомбінувати з електронами, що знаходяться на рівнях 1, і концентрація центрів 1 занадто мала, то рекомбінація електронів із зони провідності з дірками через рівні 2 приводить до зменшення темної концентрації n_0 . Концентрація вільних дірок при цьому збільшується повільніше, ніж зменшення концентрації вільних електронів. Тому при такому опроміненні світлом провідність напівпровідника зменшується.

4.4.1. Захоплення та рекомбінація носіїв заряду

Якщо електрони та дірки в результаті поглинання фотона стали вільними, то вони залишатимуться вільними до тих пір, поки не бу-

дуть захоплені яким-небудь дефектом кристалічної решітки або не приймуть участь у створенні електричного струму. Центри захоплення носіїв, можна розділити на дві групи:

1) *центри прилипання*, коли захоплений носій має вищу ймовірність перейти знову у вільний стан в результаті теплового збудження, ніж рекомбінувати з носієм протилежного знаку (рис.4.7, а; **1** і **1'** – діркові пастки, **2** і **2'** – електронні пастки);

2) *центри рекомбінації*, коли захоплений носій має більшу ймовірність рекомбінувати з носієм протилежного знаку, ніж знову бути поверненим у стаціонарний стан (рис.4.7, а: процес захоплення дірки **3** і електрона **4** центрами рекомбінації).

Найпростіші типи процесів рекомбінації показано на рис.4.7, б: перехід **5** – вільний електрон рекомбінує безпосередньо з діркою (пряма рекомбінація); перехід **6** – електрон захоплюється збудженим центром, що захопив дірку; перехід **7** – дірка захоплюється збудженим центром, що захопив електрон. Рекомбінація може відбуватися й через центри захоплення: перехід **8** – електрон з домішкового центру попадає у валентну зону (захоплення дірки), а потім на рівень, що звільнився на домішковому центрі, попадає електрон із зони провідності

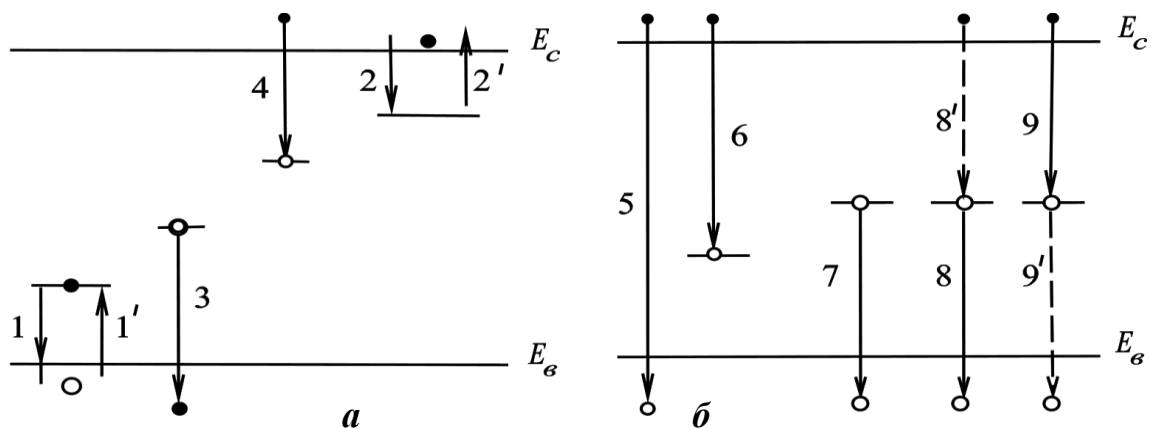


Рис.4.7. Можливі процеси захоплення та рекомбінації носіїв заряду у напівпровідниках.

ті; перехід **9** – домішковим центром спочатку захоплюється електрон, а потім дірка.

При рекомбінації носіїв, так само як і при генерації, виконуються закони збереження енергії й імпульсу, при рекомбінації вивільняється енергія, яка може або випромінюватися у вигляді фотонів (*випромінювальна рекомбінація*), або виділятися у вигляді тепла – фононів (*безвипромінювальна рекомбінація*), або передаватися вільному електрону (*ударна рекомбінація*).

4.4.2. Час життя носіїв заряду та квантовий вихід

Час життя τ вільного носія — це час, протягом якого носій долучається до провідності, тобто час, протягом якого збуджений електрон перебуває в зоні провідності (τ_n), або збуджена дірка, — у валентній зоні (τ_p). Час життя вільного носія обмежується *моментом рекомбінації* цього носія або *моментом екстракції* (видалення) його з кристала електричним полем, якщо при цьому з протилежного електроду не надходить такий же носій.

Рекомбінація нерівноважних носіїв заряду має значний вплив на роботу напівпровідникових приладів. Рекомбінацію в об'ємі характеризує *об'ємний час життя* τ_v , а рекомбінацію на поверхні — *поверхневий час життя* τ_s . τ_v — це відношення надлишкової концентрації Δn нерівноважних носіїв заряду до швидкості зміни цієї концентрації внаслідок рекомбінації в об'ємі, а τ_s — відношення надлишкової кількості нерівноважних носіїв заряду в об'ємі напівпровідника до їхнього загального потоку до поверхні. Час життя надлишкового носія заряду

$$\tau = \frac{1}{NSv}, \quad (4.43)$$

де N — концентрація центрів рекомбінації, S — переріз захоплення, v — середня відносна швидкість теплового руху заряду відносно центру рекомбінації. Концентрація N може змінюватись в досить широкі межі від 10^{16} м^{-3} (для чистих кристалів) до 10^{25} м^{-3} (у реальних кристалів). Величина перерізу захоплення S яким-небудь центром рекомбінації визначається розподілом потенціалу поблизу цього центру. Так, для нейтрального центру переріз S відповідає порядку атомних розмірів, тобто $\sim 10^{-19} \text{ м}^2$. Швидкість електронів v при кімнатній температурі приблизно дорівнює 10^5 м/с .

За наявності декількох механізмів рекомбінації, що характеризуються різними значеннями N , S , v вводять поняття *ефективного часу життя* носія заряду

$$\tau_{ef} = \frac{1}{\sum_i N_i S_i v_i}, \quad (4.44)$$

де N_i — концентрація центрів рекомбінації i -го типу; S_i — переріз захоплення; v_i — середня відносна швидкість теплового руху заряду відносно центру рекомбінації i -го типу.

Ефективний час життя можна розглядати як суму окремих часів життя для об'ємної та поверхневої рекомбінації:

$$\frac{1}{\tau_{ef}} = \frac{1}{\tau_v} + \frac{1}{\tau_s}. \quad (4.45)$$

Час життя τ_v є одним з найважливіших критеріїв якості напівпровідникового матеріалу і ступеня його придатності для виготовлення напівпровідникових приладів. Цей параметр змінюється в широких межах для різних кристалів, залежить від температури та наявних хімічних домішок. Різні домішки різною мірою впливають на час життя носіїв. Деякі домішки є виключно активними центрами рекомбінації

та різко зменшують час життя носіїв заряду, хоча і не володіють яскраво вираженими донорними або акцепторними властивостями (наприклад, Au в Ge та Si).

Час життя τ_s залежить не лише від властивостей матеріалу, а й від стану поверхні, розмірів зразка, технології його виготовлення. Наприклад, хімічна обробка полірованої поверхні зразка дозволяє збільшувати час життя носіїв біля поверхні настільки, що вимірюваний час можна вважати часом життя носіїв в об'ємі напівпровідника.

Квантовим виходом (ймовірністю) називається відношення кількості пар фотоносіїв або кількості фотоносіїв заряду при домішковій фотопровідності Δn_i , до загального числа поглинених квантів N_i :

$$\eta = \frac{\Delta n_i}{N_i}.$$

Квантовий вихід може приймати одне з двох можливих значень:

- $\eta = 1$ – для фотоактивних поглинань;
- $\eta = 0$ – для нефотоактивних поглинань.

Проте експериментально вимірювана величина квантового виходу може бути, як $0 < \eta < 1$, так і $\eta > 1$. Значення квантового виходу менше одиниці пояснюється нефотоактивними поглинаннями світла (екситонами, вільними електронами й інші). Значення квантового виходу більше одиниці пояснюється тим, що при опромінюванні напівпровідникового матеріалу квантами з великим значенням енергії електрон одержує значну кінетичну енергію, достатню, щоб при подальших зіткненнях викликати ще один або навіть декілька актів іонізації.

4.4.3. Залежність фотопровідності від інтенсивності освітлення

При освітленні напівпровідника квантами з енергією $h\nu_1 \geq \Delta E$ або $h\nu_2 \geq \Delta E_{\text{дом}}$ поглинання світла супроводжується появою вільних електронів і дірок.

З'ясуємо зв'язок фотопровідності з інтенсивністю світла. Якщо на поверхню напівпровідника падає монохроматичний потік світла Φ_λ , а коефіцієнт відбивання світла від поверхні напівпровідника κ , то величина потоку, що входить в напівпровідник $\Phi'_\lambda = (1 - \kappa) \Phi_\lambda$. Якщо енергія одного кванта $h\nu$, то кількість квантів світла N' що входять у напівпровідник за одиницю часу

$$N' = \frac{\Phi'_\lambda}{h\nu} = \frac{(1 - \kappa) \Phi_\lambda}{h\nu} \quad (4.46)$$

Якщо коефіцієнт поглинання світла K (кількість поглиненої енергії з потоку одиничної інтенсивності шаром одиничної товщини), то кількість поглинених квантів світла в одиниці об'єму за одиницю часу можна представити як

$$N_1 = K \cdot N' = K \frac{\Phi'_\lambda}{h\nu \cdot S}, \quad (4.47)$$

де S – площа поверхні напівпровідника.

Кількість квантів N , що падають на напівпровідник в одиницю часу, називають *інтенсивністю світла* ($J = \frac{\Phi'_\lambda}{h\nu \cdot S}$), що є аналогом світлового потоку, або освітленості, оскільки вони пропорційні кількості квантів.

Нехай кожен поглинений квант світла з ймовірністю η породжує вільний носій заряду або пару частинок, тоді швидкість генерації носіїв заряду (концентрація нерівноважних носіїв заряду, що генеруються в одиницю часу):

$$\text{для електронів: } \Delta n_1 = \eta_{1n} N_1 = K \frac{\eta_{1n} (1 - \kappa) \Phi_\lambda}{h\nu \cdot S} = \eta_n KJ, \quad (4.48)$$

$$\text{для дірок: } \Delta p_1 = \eta_{1p} N_1 = K \frac{\eta_{1p} (1 - \kappa) \Phi_\lambda}{h\nu \cdot S} = \eta_p KJ, \quad (4.49)$$

де η_n, η_p – квантовий вихід електронів та дірок.

Для власної фотопровідності $\eta_n = \eta_p = \eta$, тоді

$$\Delta n_1 = \Delta p_1 = \eta KJ. \quad (4.50)$$

Під зміною концентрації нерівноважних носіїв заряду за одиницю часу будемо розуміти різницю між швидкостями генерації нерівноважних носіїв (Δn_1 , або Δp_1) та їх відповідних рекомбінацій (ξ_n та ξ_p). Наприклад, для випадку коли нерівноважними носіями є електрони, то

$$\frac{d(\Delta n)}{dt} = \Delta n_1 - \xi_n. \quad (4.51)$$

Дослідимо процеси наростання нерівноважної концентрації носіїв у напівпровідниках після початку освітлення та процеси спадання її після припинення освітлення.

У напівпровідниках p -типу з великою концентрацією дірок, з якими рекомбінують нерівноважні електрони, причому концентрація дірок практично не залежить від освітлення спостерігається лінійна рекомбінація носіїв. Швидкість рекомбінації електронів в цьому випадку пропорційна концентрації нерівноважних носіїв заряду Δn : $\xi_n = \Delta n / \tau_n$, де τ_n — середній час життя електрона. Враховуючи формули (4.50) та (4.51) одержимо

$$\frac{d(\Delta n)}{dt} = \eta KJ - \frac{\Delta n}{\tau_n}. \quad (4.52)$$

З останнього, вважаючи, що $\Delta n \ll p_0$ і $p_0 \gg n_0$ з урахуванням початкових умов $t = 0, \Delta n = 0$, для концентрації нерівноважних електронів одержимо:

$$\Delta n = \tau_n \eta K J (1 - e^{-t/\tau_n}). \quad (4.53)$$

Тоді фотопровідність буде змінюватись за законом

$$\Delta \gamma = q_0 \Delta n u_n = q_0 u_n \tau_n \eta K J (1 - e^{-t/\tau_n}) \quad (4.54)$$

Як видно з (4.54), величина $\Delta \gamma$ асимптотично наближається до свого стаціонарного значення. Значення τ_n в цьому випадку називають *постійною часу релаксації фотопровідності*.

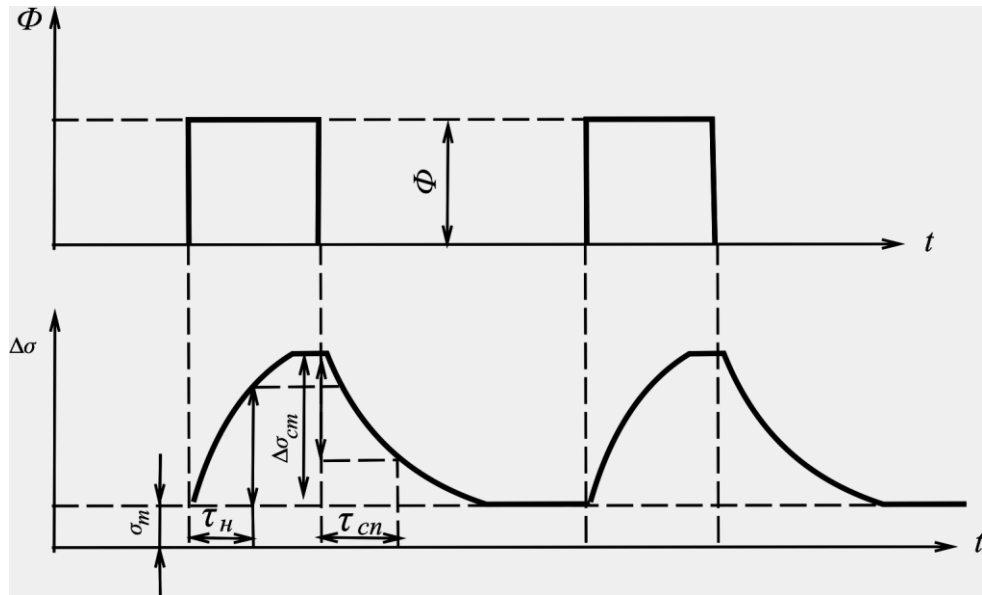


Рис.4.8. Релаксація фотопровідності при освітленні прямокутними світловими імпульсами.

Якщо припинити освітлення напівпровідникового зразка, то генерація носіїв припиниться і рівняння (4.52) матиме вигляд:

$$\frac{d(\Delta n)}{dt} = -\frac{\Delta n}{\tau_n}, \text{ розв'язуючи яке з урахуванням початкових умов } t = 0,$$

$\Delta n = \Delta n_{ст}$, отримаємо:

для концентрації нерівноважних електронів

$$\Delta n = \tau_n \eta K J e^{-t/\tau_n} \quad (4.55)$$

та для фотопровідності

$$\Delta \gamma = q_o u_n \tau_n \eta K J e^{-t/\tau_n} . \quad (4.56)$$

Криві наростання (4.54) і спаду (4.56) нерівноважної провідності називаються *кривими релаксації фотопровідності*.

Таким чином, релаксація нерівноважної концентрації носіїв заряду і фотопровідності у разі лінійної рекомбінації при припиненні промінювання напівпровідника відбувається за експоненціальним законом з постійною часу τ_n , відповідною часові життя пари нерівноважних носіїв заряду.

Відношення фотопровідності $\Delta \gamma$ до інтенсивності світла J називається *фоточутливістю* напівпровідникової речовини:

$$k_\phi = \frac{\Delta \gamma}{J} \dots \dots \dots (4.57)$$

4.4.4. Спектральна залежність фоточутливості

Спектральна залежність фоточутливості визначається спектральною залежністю швидкості генерації домішкових або власних носіїв заряду та найтіснішим чином пов'язана із спектром поглинання напівпровідника (рис.4.9).

В області власного поглинання (рис.4.9, *a*) коефіцієнт поглинання k досягає досить великих значень $\sim 10^4 - 10^6 \text{ см}^{-1}$. Це означає, що світло практично повністю поглинається на глибині $\sim 10^{-4} - 10^{-6} \text{ см}$. У цій області поглинання й відповідно фотопровідності червона межа фоточутливості λ_{\max} співпадає з межею власного поглинання (крива **1**). Однак у міру збільшення коефіцієнта поглинання із зростанням енергії фотонів фоточутливість спочатку досягає максимуму, а потім

швидко зменшується (крива **4**), не дивлячись на те, що коефіцієнт поглинання світла в цій області великий. Це явище пояснюється тим, що унаслідок сильного поглинання світла швидкість генерації різко зменшується у міру проходження світла вглибину речовини, оскільки майже все світло поглинається в поверхневому шарі напівпровідника. При цьому швидкість рекомбінації носіїв збільшується за рахунок поверхневої рекомбінації та великої концентрації фотоносіїв, а час життя носіїв різко зменшується. Крім того, рухливість носіїв в поверхневому шарі значно нижча, тому що рухові носіїв перешкоджають численні дефекти приповерхневого шару. Все це приводить до зменшення фотопровідності та фоточутливості.

В області домішкового поглинання (рис.4.9, криві **2**), в якій поглинання порівняно мале і обумовлене наявністю домішок (криві *a*, *б*, *в*, *г*) і вільних носіїв (крива **3**), спектральний розподіл фоточутливості (криві **5, 6**) зазвичай співпадає зі смугою поглинання, відповідною пе-

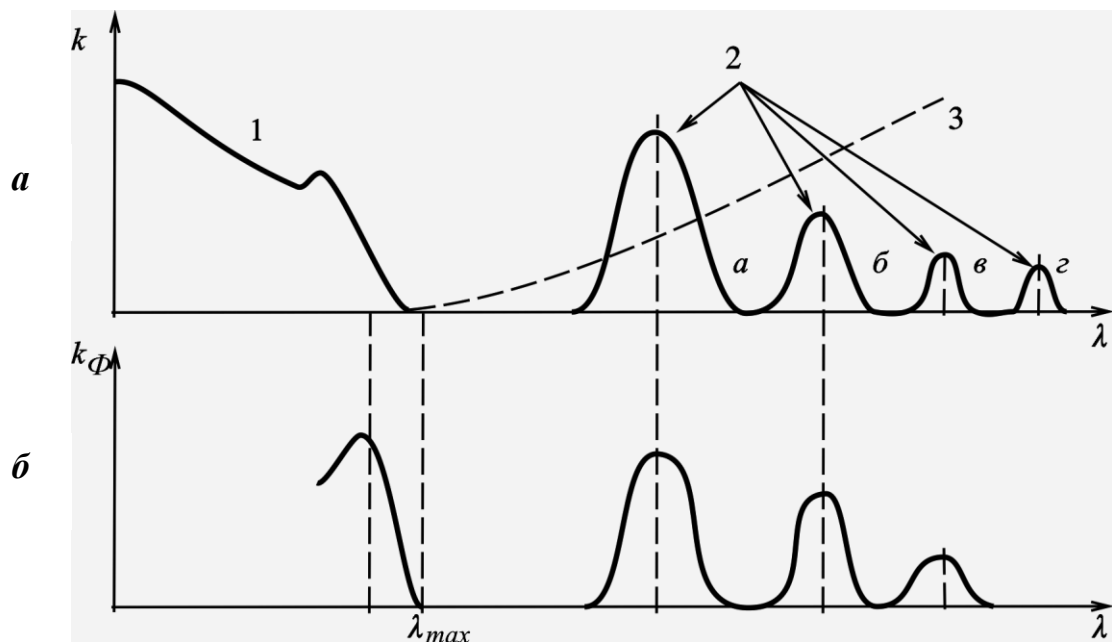


Рис.4.9. Спектр поглинання напівпровідника (*a*) та спектральний розподіл фоточутливості (*б*).

реходу електронів з домішкових рівнів в зону провідності або з валентної зони на домішкові рівні. Довгохвильова межа домішкового поглинання та фоточутливості зміщена в довгохвильову сторону спектра поглинання відносно власного поглинання і фоточутливості, оскільки енергія іонізації домішки менша, ніж ширина забороненої зони. Крім того, домішкова фотопровідність, зазвичай, значно менша власної, оскільки концентрація домішки на багато порядків менша концентрації основних атомів кристалічної решітки.

4.5. Гальваномагнітні явища у напівпровідниках

Фізичні явища у твердих тілах; що знаходяться в магнітному полі, при проходженні через них електричного струму під дією електричного поля називаються *гальваномагнітними явищами* (ефектами).

До гальваномагнітних явищ відноситься й *ефект Холла*. Розглянемо якісно дію магнітного поля на напівпровідник, яким протікає електричний струм, а магнітне поле перпендикулярне напрямку руху зарядів. Розглянемо напівпровідник у вигляді паралелепіпеда перерізом $dx \times b$. Електричне поле направлене уздовж осі y (E_y), а магнітне поле — уздовж осі z (B_z). Під дією електричного поля носії заряду набувають швидкості направленого руху v_d — *дрейфової швидкості* — вздовж поля для дірок і проти поля для електронів.

Якщо носії заряду — дірки, то під дією магнітного поля вони відхилятимуться до лівої грані зразка і на цій грані накопичиться позитивний електричний заряд, а на протилежній грані залишиться некомпенсований негативний заряд. Якщо носії заряду електрони, то під дією магнітного поля вони також відхилятимуться на ліву грань і на-

копичуватимуться там, створюючи негативний заряд, а на протилежній грані залишатиметься некомпенсований позитивний заряд.

Сила Лоренца, що діє на рухомий електрон або дірку, перпендикулярна швидкості руху електрона або дірки й індукції магнітного поля: $\vec{F} = q_o [\vec{v}_d, \vec{B}]$, де q_o – заряд носія струму; v_d – дрейфова швидкість руху; B – індукція магнітного поля. Оскільки

$\vec{v}_d = u \vec{E} = \frac{q_o \lambda}{m^* v} [\vec{E}, \vec{B}]$, то останнє рівняння набуває вигляду:

$$\vec{F} = \frac{q_o^2 \lambda}{m^* v} [\vec{E}, \vec{B}], \quad (4.58)$$

тобто сила Лоренца не залежить від знаку носіїв заряду, а визначається лише напрямком полів \vec{E} і \vec{B} або густиною струму \vec{j} і \vec{B} . Для випадків, представлених на рис.4.10, а, б, сила Лоренца направлена уздовж осі x . Носії заряду – електрони і дірки) відхилятимуться в одну й ту ж сторону, якщо їх швидкості визначаються електричним полем \vec{E} .

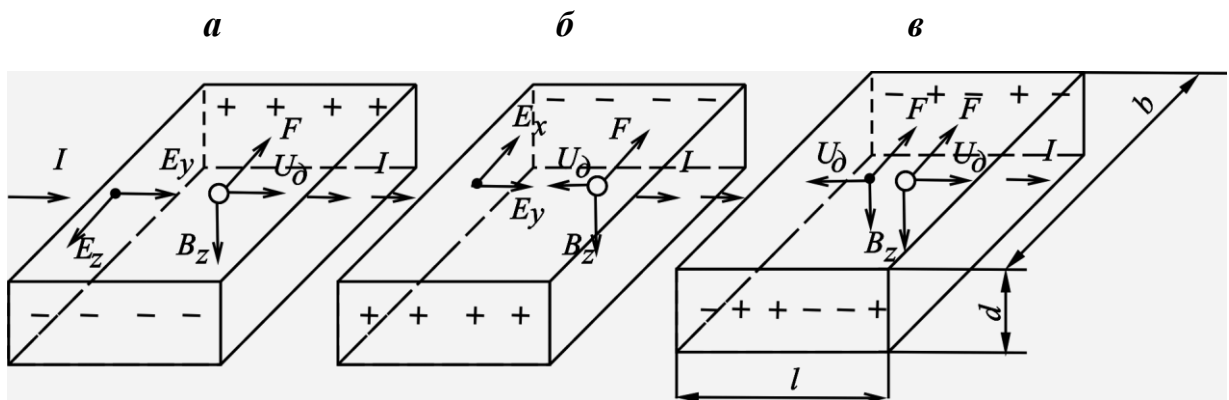


Рис.4.10. Виникнення ЕРС Холла у напівпровідниках з дірковою (а), електронною (б) та змішаною (в) провідністю.

Якщо у створенні електричного струму беруть участь і дірки, і електрони, то картина значно ускладнюється. Якщо рухливості та концентрація електронів і дірок однакові, то за рахунок взаємної ком-

пенсації електронів і дірок біля бічних граней пластинки сумарний заряд буде рівний нулеві. Якщо ж ця рівність не має місця, тобто концентрація або рухливості носіїв одного знаку більші, ніж іншого, то біля бічних граней пластинки відбувається часткова взаємна компенсація зарядів електронів і дірок, а на гранях накопичуються заряди протилежних знаків, відмінні від нуля.

Якщо протилежні грані напівпровідникового зразка заряджаються, то виникає поперечне відносно до E_y і B_z , електричне поле E_x і відповідна різниця потенціалів (ЕРС). Явище виникнення поперечної напруженості електричного поля E_x в напівпровіднику унаслідок відхилення електронів або дірок провідності, що створюють електричний струм густиною \vec{j} у поперечному магнітному полі з індукцією \vec{B} називається *ефектом Холла*, а відповідна ЕРС — *ЕРС Холла* (\mathcal{E}).

Чисельне значення ЕРС Холла для випадку домішкової провідності можна отримати, виходячи з таких міркувань. Процес накопичення заряду на бічних гранях продовжуватиметься до тих пір, поки сила електричного поля, що виникає при цьому, не зрівноважить силу Лоренца: $q_o \vec{E}_x = q_o [\vec{v}_d, \vec{B}_z]$, звідки $\vec{E}_x = [\vec{v}_d, \vec{B}_z]$. Враховуючи, що $\vec{v}_d = u \vec{E}_y$, а $\mathcal{E} = \vec{E}_x b$, для ЕРС Холла в однорідному магнітному полі B отримаємо:

$$\mathcal{E} = u E_y B b \quad (4.59)$$

Виражаючи рухливість носіїв заряду (електронів або дірок) через густина струму $u = \frac{j}{q_o E_y n} = \frac{I}{b d q_o E_y n}$ отримаємо формулу для ЕРС Холла у вигляді

$$\varepsilon = \frac{1}{q_0 n} \cdot \frac{IB}{d}, \quad (4.60)$$

де d – товщина зразка у напрямку магнітного поля, n – концентрація носіїв заряду, I – сила струму через зразок.

Перший множник у останній формулі називають *сталю Холла* (коефіцієнтом Холла) і позначають $R = \frac{1}{q_0 n}$, тому $\varepsilon = R \cdot \frac{IB}{d}$.

Значення коефіцієнта Холла визначається властивістю домішок у зразку напівпровідника: він обернено пропорційний концентрації носіїв заряду і його знак співпадає із знаком носіїв заряду. У електронних напівпровідників він – від'ємний, у діркових — додатний. Знак R визначається знаком ЕРС Холла. Визначивши знак R , можна знайти знак носіїв заряду або тип провідності.

4.6. Термоелектричний ефект у напівпровідниках

Ефект був відкритий та описаний 1854 р. Вільямом Томсоном, який розвинув термодинамічну теорію термоелектрики.

Термоелектричний ефект Томсона полягає в тому, що при пропусканні електричного струму через напівпровідник (або провідник), уздовж якого існує градієнт температури, в ньому, крім джоулевого тепла, залежно від напрямку струму виділятиметься або поглинатиметься додаткова кількість теплоти (теплота Томсона). Нерівномірне нагрівання початково температурно-однорідного зразка призводить до зміни його властивостей, роблячи речовину неоднорідною. Тому явище Томсона це, по суті, своєрідне явище Пельтьє з тією різницею, що неоднорідність спричинена не відмінністю хімічного складу зразка, а градієнтом температури.

Феноменологічна формула з визначення теплоти Томсона має вигляд:

$$Q = k_T j \frac{dT}{dx}, \quad (4.61)$$

де Q – теплота Томсона, що виділяється (або що поглинається) за одиницю часу в одиниці об'єму напівпровідника (питома теплова потужність); j – густина струму; $\frac{dT}{dx}$ – градієнт температури уздовж зразка; k_T – коефіцієнт Томсона, залежить від природи напівпровідника і його температури.

Приведена формула (так звана диференціальна форма закону) може бути застосована до відрізка зразка Δx , уздовж якого тече струм I і наявний деякий перепад температур: $\Delta T = \frac{dT}{dx} \Delta x$ (рис.4.11).

Закон Томсона в інтегральній формі визначає повну кількість теплоти Томсона Q_T , що виділилася (або поглинулася) у всьому даному об'ємі напівпровідника за час t :

$$Q_T = Q \Delta V t = k_T I \Delta T t \quad (4.62)$$

При цьому ефект Томсона вважається позитивним, якщо електричний струм тече у напрямі градієнта температури та викликає нагрівання напівпровідника ($Q_T > 0$), і негативним, якщо при тому ж на-

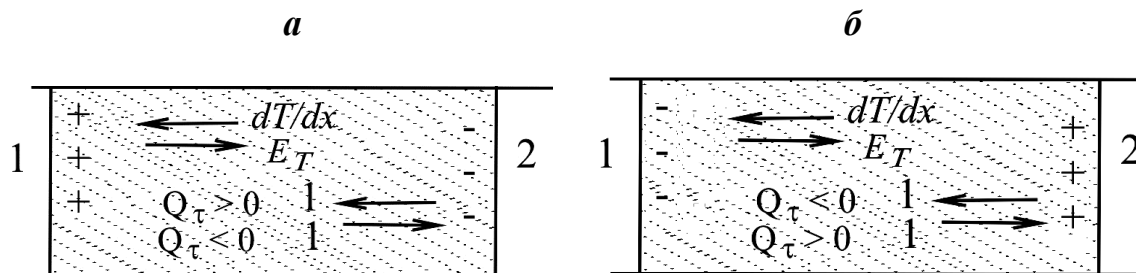


Рис.4.11. Виділення та поглинання тепла Томсона в напівпровідниках n - (а) та p -типу (б).

прямі струму відбувається його охолодження ($Q_T < 0$).

Пояснення явища Томсона для напівпровідників аналогічне випадку металевих провідників. По-перше необхідно врахувати зміну середньої енергії носіїв заряду уздовж зразка із-за його нерівномірного нагріву. У більш нагрітій частині напівпровідника середня енергія електронів (або дірок) більша, ніж в менш нагрітій. Тому якщо напрям струму в напівпровіднику відповідає рухові носіїв струму від гарячого кінця до холодного, то вони передаватимуть свою надлишкову енергію кристалічній решітці, внаслідок чого відбувається виділення теплоти Томсона.

При зворотному напрямі струму носії заряду, рухаючись від холодного кінця до нагрітого, поповнюватимуть свою енергію за рахунок енергії кристалічної решітки, тобто відбуватиметься поглинання відповідної кількості теплоти.

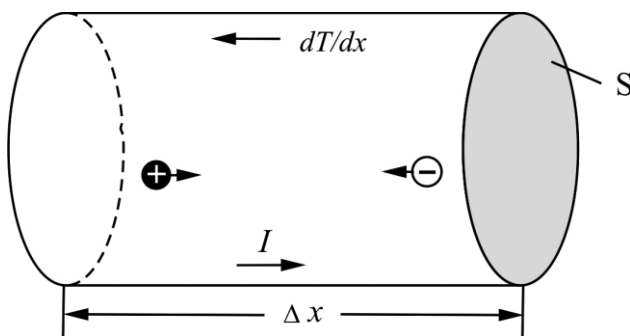


Рис.4.12. Напівпровідник зі змішаною провідністю.

У напівпровідниках зі змішаним типом провідності (рис.4.12) за наявності струму електрони і дірки рухаються назустріч один одному, і теплові потоки, які вони при цьому переносять, взаємно компенсуються.

4.7. Контактні явища у напівпровідниках

4.7.1. Напівпровідниковий випрямляч

Першим практично використаним напівпровідниковим елементом електричних схем був напівпровідниковий детектор. Він є зраз-

ком напівпровідника, що володіє надлишком акцепторних домішок на одному кінці та надлишком донорів, — на іншому; звідси походить його назва *p-n-перехід*. Перехідний шар між обома кінцями виготовляється досить тонким, область переходу від надлишку акцепторів до надлишку донорів буває зазвичай порядку сотен ангстремів. Ширина перехідного шару — важливий параметр випрямляча.

Електричні характеристики кожного з кінців пристрою обумовлюються, звичайно, вмістом домішок у них. Рівень Фермі в матеріалі *p*-типу розташований поблизу акцепторних станів, а в матеріалі *n*-типу — поблизу донорних станів. Рівень Фермі повинен вирівнюватися, що відбувається шляхом перетікання деякої кількості електронів від одного кінця зразка до іншого. Розташування рівнів енергії відносно рівня Фермі на кожному кінці зразка далеко від місця контакту змінюється неістотно, але поблизу перехідного шару рівні енергії повинні плавно змінюватися, переходячи з рівнів матеріалу одного типу в рівні матеріалу іншого типу. Енергетичні рівні кристала мають вигляд, зображений на рис. 4.13.

Перехідна область є важливою частиною пристрою. Тоді як кожен кінець кристала далеко від місця контакту є лінійним елементом електричного кола, що підкоряється закону Ома, сам перехідний шар є нелінійним елементом, неомічним матеріалом. Перехідна область, (показана на рис.4.13) зазвичай, ширша, ніж область переходу між частинами кристала з надмірною кількістю донорних і акцепторних домішок, але детальний аналіз електронної структури перехідного шару — досить складне електростатичне завдання.

За відсутності зовнішнього поля p - n -перехід не створює електричного струму, не дивлячись на відмінність потенціальних енергій

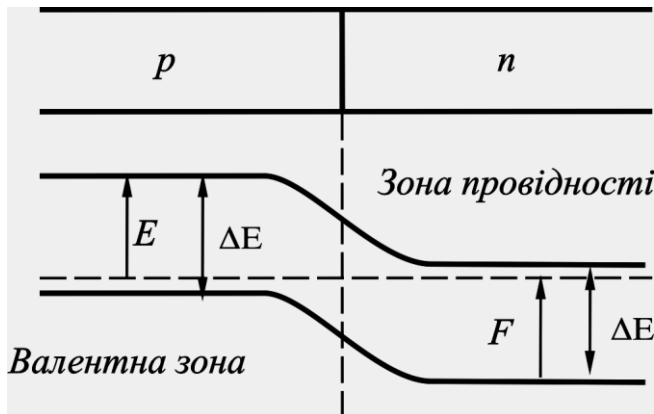


Рис.4.13. Зміна енергетичних рівнів електронів у зоні провідності та валентній зоні при переході через p - n -перехід за відсутності зовнішнього електричного поля.

електронів по обидві сторони від місця контакту. Однак, якщо до переходу прикладається зовнішня різниця потенціалів відповідного знаку, через нього починає текти струм в обох напрямках. Проте p - n -перехід не можна вважати омичним опором, оскільки його опір в одному напрямку значно більший, ніж в іншому.

У тому, що в p - n -переході немає сумарного струму за відсутності на ній зовнішньої різниці потенціалів, можна переконатися, розглядаючи схему енергетичних рівнів (рис.4.14). Кількість електронів в

зоні провідності матеріалу p -типу $p \sim \exp(-\frac{E}{kT})$, де E — енергія, не-

обхідна для перекидання електрона в зону провідності з p -області. Кількість електронів в зоні провідності матеріалу n -типу

$n \sim \exp(-\frac{E - F}{kT})$. А оскільки відношення кількості електронів провід-

ності в матеріалі p -типу до електронів провідності в матеріалі n -типу

виражається розподілом Больцмана, в якому енергія дорівнює різниці

енергій, відповідних нижнім рівням зон провідності матеріалів обох

типів, то можна розрахувати струми, що течуть в обох напрямках p - n -

переходу. Потік електронів управо умовно позначимо $I_e(\rightarrow)$, він про-

порційний $\exp(-E/kT)$, оскільки кожен електрон, дифундуючи до

краю потенціального бар'єру, «скочується» в n -область. Електронний струм вліво, $I_e(\leftarrow)$, рівний добутку кількості електронів в n -області на ймовірність того, що кожен електрон володіє енергією, достатньою для подолання потенціального бар'єру. Перший множник пропорційний $\exp[-(\Delta E - F)/kT]$, другий має вид $\exp[-(E - \Delta E + F)/kT]$. Запишемо ці вирази в явному вигляді:

$$I_e(\rightarrow) = C e^{-E/kT};$$

$$I_e(\leftarrow) = C e^{-\Delta E - F/kT} \cdot e^{-E - \Delta E + F/kT} = C e^{-E/kT} \quad (4.63)$$

Звідси видно, що $I_e(\rightarrow) = I_e(\leftarrow)$ і що при дифузійному перенесенні електронів сумарний струм дорівнює нулю. Той же результат виходить для діркового струму.

Різниця потенціалів U , прикладена до p - n -переходу таким чином, що n -область заряджається позитивно відносно p -області, змінює енергетичну структуру, як це показано на рис.4.14. Рівень Фермі біля позитивного полюса знижується порівнянно з рівнем Фермі поблизу негативного полюса на величину eU . Якби весь зразок був однорідним кристалом n -або p -типу, то різниця енергій була б розподілена рівномірно всією довжиною. Проте, оскільки кристал містить p - n -перехід, то найбільша різниця енергій (і, отже, найбільша зміна рівня Фермі) спостерігається в області переходу. Істотною особливістю при цьому є те, що потенціальна енергія електрона в матеріалі n -типу знижується відносно потенціальної енергії електрона в матеріалі p -

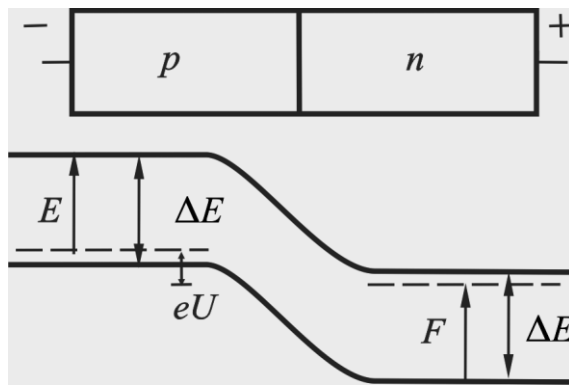


Рис.4.14. Рівні енергій електронів в p - n -переході при прикладанні зворотної напруги.

типу ще більше, ніж це мало місце в перехідному шарі за відсутності напруги. Відзначимо, що знак різниці потенціалів в цьому випадку вибирається так, щоб величина U була від'ємною.

Розглянемо тепер знову потоки електронів в обох напрямках. Електронний струм в праву сторону не змінюється зовнішньою ЕРС, оскільки цей струм залежить тільки від кількості електронів в зоні провідності матеріалу p -типу. Електронний же струм в ліву сторону зменшується, оскільки відбулося збільшення потенціального бар'єру, на який повинні «підійматися» електрони із зони провідності матеріалу n -типу. Струми, що течуть управо і вліво, виражаються тепер як

$$I_e(\rightarrow) = Ce^{-E/kT};$$

$$I_e(\leftarrow) = Ce^{-\Delta E - F/kT} \cdot e^{-E - eU - \Delta E + F/kT} = Ce^{-E - eU/kT} \quad (4.64)$$

Сумарним струмом є електронний струм управо. З урахуванням умовного напрямку, струм (на одиницю поверхні контакту) запишеться у вигляді

$$j = Ce^{-E - eU/kT} - e^{-E/kT} = Ce^{-E/kT} (e^{eU/kT} - 1) . \quad (4.65)$$

Величина j є незначним струмом вліво, величина якого досягає постійного значення, коли $eU > kT$. Напруга, що створюється при такому прикладанні різниці потенціалів, називається *зворотним зміщенням*.

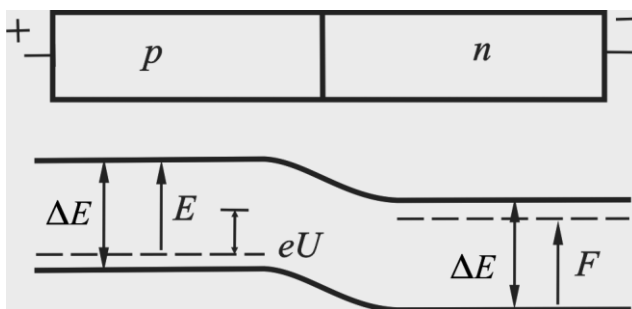


Рис.4.15. Енергетичні рівні електронів у p - n -переході за наявності прямого зміщення.

Якщо напруга прикладається так, що негативний полюс виявляється на кінці з n -провідністю, потенціал у місці контакту змінюється інакше. Рівень Фермі матеріалу n -типу зростає на величину eU у порі-

внянні з рівнем Фермі матеріалу p -типу (рис.4.15). Така зміна потенціалу в місці p - n -контакту змінює електронний струм досить істотно. Потік електронів управо не змінюється, так що струм $I_e(\rightarrow)$ залишається тим же, що і раніше. Однак, $I_e(\leftarrow)$ змінюється суттєво, оскільки потенціальний бар'єр який зустрічають на своєму шляху електрони при русі в матеріалі n -типу знижується:

$$I_e(\rightarrow) = Ce^{-E/kT};$$

$$I_e(\leftarrow) = Ce^{-E-eU/kT} \quad (4.66)$$

Результуючий струм, виражений в розрахунку на одиницю площі контакту буде дорівнювати:

$$j = Ce^{-E/kT} (e^{eU/kT} - 1). \quad (4.67)$$

Вирази (4.65) та (4.67) ідентичні. Але електричний струм в

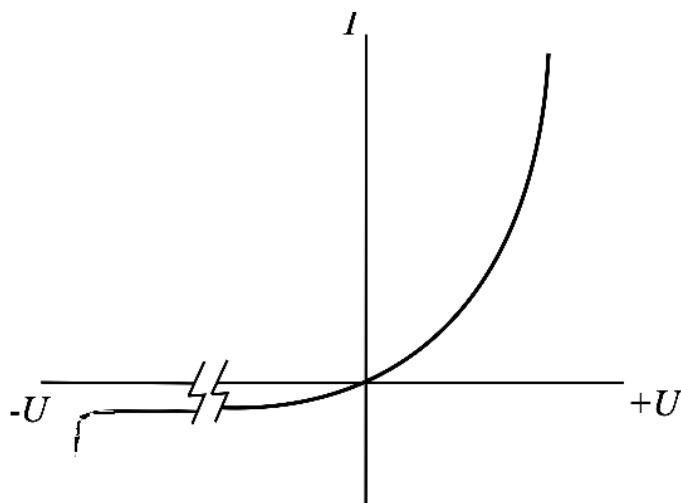


Рис.4.16. ВАХ p - n -переходу при сталій температурі.

прямому напрямку та енергія прямого зміщення вважаються позитивними, тоді як струм оберненого напрямку та енергія оберненого зміщення вважаються від'ємними. Ці вирази апроксимують криву (рис.4.16), яка називається *вольтамперною характеристикою p - n -переходу*.

4.7.2. Транзистор

Основу транзистора складають два p - n -переходи, увімкнені назустріч один одному або у вигляді n - p - n , або у вигляді p - n - p . Розгля-

немо роботу n - p - n -транзистора. Як і у випадку напівпровідникового діода, матеріали n - і p -типу в транзисторі неперервно (поступово) переходять один в інший. Робота транзистора залежить від того, яким чином енергія електронів (і дірок) змінюється від одного кінця пристрою до іншого, і від того, як зовнішня напруга впливає на цю енергію. Схематично будова транзистора, до якого не прикладено зовнішнє поле та енергія електронів в різних частинах пристрою зображена на рис.4.18. Область p -типу в реальних транзисторах досить вузька – декілька тисячних сантиметра при товщині ділянок n -типу близько 0,3 см.

Схема, за допомогою якої можна описати роботу транзистора, зображена на рис.4.19, а. У лівому n - p -переході за допомогою джерела струму незначної ЕРС (ε_1) і малого опору (R_i) створюється різниця потенціалів у прямому на-

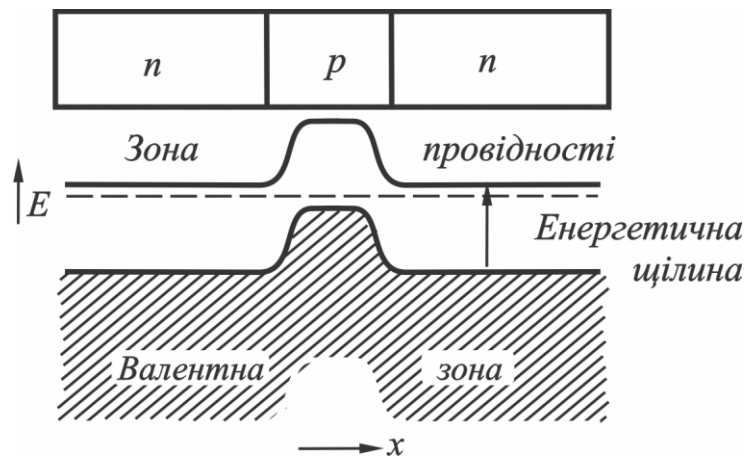


Рис.4.18. Енергетичні рівні n - p - n -транзистора за відсутності зовнішнього електричного поля.

прямку, яка зумовлює появу сигналу. У правому p - n -переході різниця потенціалів створюється у зворотному напрямку за допомогою потужнішого джерела ЕРС (ε_2), увімкненого через значний опір R_c . Лівий n - p -перехід називається *емітером*, правий — *колектором*. Центральна область, з матеріалу p -типу, називатися *базою*.

Електронний струм в транзисторі, напруга до якого прикладена так, як вказано на схемі, проаналізувати неважко. Тоді як сумарний

електронний струм через кожен контакт за відсутності зовнішнього поля дорівнює нулю, при накладенні поля на транзистор ситуація змінюється. Виявляється, що через обидва контакти тече електронний струм, оскільки відносне розташування енергетичних рівнів електронів в різних частинах пристрою стає таким, як зображено на рис.4.19. Потік електронів тече через p - n -перехід емітера, до якого прикладена напруга зміщення в прямому напрямі, як і в діоді, до p - n -переходу якого прикладене пряме зміщення. Поведінка струму емітера повністю аналогічна поведінці струму в діоді. Якби товщина бази транзистора була співрозмірною з товщиною емітера чи колектора, то електронний струм існував би лише в замкнутому колі емітера, а в колі колектора, до якого прикладене зворотне зміщення, ніяк не відбивалося

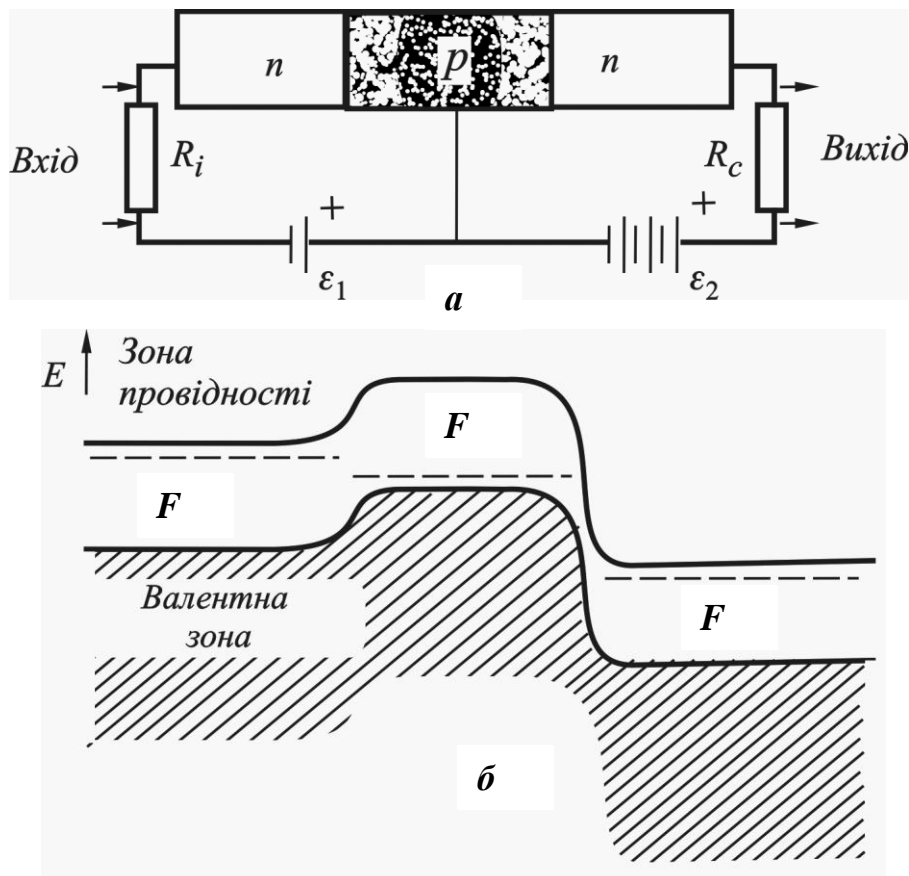


Рис.4.19. Схема увімкнення n - p - n -транзистора зі спільною базою (а) та енергетичні рівні електронів у транзисторі при прикладанні зовнішнього поля.

існування цього струму. Проте, якщо база є достатньо тонкою, то відбувається таке явище. Електрони емітера, попавши всередину бази, виявляються в області слабкого електричного поля; вони дифундують крізь базу і можуть у

результаті опинитися в сильному полі p - n -переходу, до якого прикладене зворотнє зміщення. На цій стадії вони пролітають через p - n -перехід колектора, створюючи спад напруги на вихідному опорі R_c . Якщо база достатньо тонка, то через колектор проходить 99% і більше електронів, що емітуються через перехід, до якого прикладене пряме зміщення, а коефіцієнт корисної дії пристрою високий.

Можна підрахувати коефіцієнт підсилення транзистора. Опір кола емітера в прямому напрямку достатньо малий у порівнянні з R_i , так що деякий вхідний сигнал U_i , прикладений до R_i , створює початковий струм $I_i = U_i / R_i$. Струм колектора I_c , проходячи через опір R_c , створює вихідну напругу $U_c = R_c I_c$. Якщо коефіцієнт корисної дії транзистора зі струмом дорівнює одиниці, тобто якщо $I_c = I_i$, то підсилення

$$\text{напруги дорівнює} \quad \frac{U_c}{U_i} = \frac{R_c}{R_i}. \quad (4.68)$$

Таким чином, фізично дію транзистора зрозуміти неважко. Емітер інjektує електрони в базу. Вони дифундують крізь неї, і при відповідних параметрах бази більшість з них опиняється в p -області колектора у вигляді надлишкових електронів. Потім вони переносяться через колектор за допомогою джерела ЕРС, що знаходиться в цьому колі. Якщо коефіцієнт корисної дії перенесення електронів високий, то й підсилення напруги теж велике. Підсилення тим менше, чим більша частка емітованих електронів, що проходять через базу і попадають знову в коло емітера.

При практичних застосуваннях транзистора доводиться стикатися з рядом обмежень. Його вихідна потужність мала порівнянно з вихідною потужністю вакуумних ламп. Він володіє також досить великими ємностями контактів емітер-база і база-колектор, порівняно з

ємностями катод-сітка і сітка-анод вакуумних тріодів. У типових промислових транзисторів ці міжелектродні ємності складають декілька пікофарад і обмежують підсилення високо частотних сигналів.

Питання для самоперевірки

1. Назвіть причини температурної залежності ширини забороненою зони напівпровідника.
2. Поясніть залежність положення рівня Фермі та концентрації вільних носіїв заряду в напівпровідниках від температури.
3. Що таке невироджений і вироджений напівпровідник і де розташований рівень Фермі в них?
4. Поясніть температурну залежність рухливості носіїв заряду в напівпровідниках. .
5. Чим пояснюється різний хід температурної залежності опору у металів і напівпровідників?
6. Поясніть фізичний зміст енергії активації.
7. Які носії заряду називають рівноважними та які нерівноважними?
8. Поясніть можливі переходи електронів при поглинанні квантів світла і рекомбінації. Що таке прямі та непрямі переходи електронів?
9. Який механізм генерації та рекомбінації нерівноважних носіїв є найбільш вірогідним? Чому?
10. Якими виразами визначається червона межа фотопровідності для власних і домішкових напівпровідників?
11. Поясніть явище негативної фотопровідності.
12. Що таке час життя нерівноважних носіїв заряду?
13. Який фізичний зміст поняття "квантовий вихід"?
14. Поясніть процеси релаксації фотопровідності при освітленні прямими імпульсами світла.
15. Назвіть основні переваги і недоліки фоторезисторів порівняно з вакуумними фотоелементами, наведіть приклади застосування фоторезисторів.

Задачі до розділу 4

1. Наявність вакантних вузлів у кристалічній решітці призводить до зростання питомого опору міді приблизно на 10^{-8} Ом/м при збільшенні кількості вакантних вузлів на 1%. Побудуйте графік температурної залежності питомого опору міді, виходячи з припущення, що зростання опору викликане вакансіями та враховуючи, що кількість вакантних вузлів дорів-

нює рівноважному значенню при даній температурі.

2. Вказати інтервали довжин хвиль електромагнітного випромінювання, для яких має місце внутрішній фотоефект у германії, селені та сірому олові. Які з цих інтервалів належать до видимого світла, інфрачервоного та рентгенівського випромінювання? ($\Delta E_{Ge}=0,67$ еВ, $\Delta E_{Se}=1,87$ еВ, $\Delta E_{Sn}=0,1$ еВ).

3. Знайдіть рівень Фермі у власному напівпровіднику, якщо енергія активації дорівнює 0,1 еВ. За нульовий рівень відліку кінетичної енергії електронів прийміть найнижчий рівень зони провідності.

4. Визначити енергію активації телуру, якщо його електропровідність зростає в 5 разів зі збільшенням температури від 300 до 400 К.

5. На фоторезистор на основі селену ($\Delta E_{Se}=1,87$ еВ) падає електромагнітне випромінювання, частота якого: $3,0 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$. Чи змінюється при цьому його опір?

6. Температура германієвого зразка підвищується з 300 до 325 К. Як при цьому змінюється стала Холла германію ($\Delta E_{Ge}=0,67$ еВ)?

7. Визначити рухливість електронів у напівпровіднику *n*-типу, для якого за даних умов питомий опір $\rho = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, а стала Холла $R_x = 7 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot \text{Кл}^{-1}$.

8. Пластину з напівпровідника *p*-типу завширшки 10 мм та завдовжки 50 мм вміщено в однорідне магнітне поле, індукція якого 0,5 Тл. Напрямок поля є перпендикулярним до пластини. До кінців пластини прикладено напругу 10 В, при цьому холлівська різниця потенціалів дорівнює 50 мВ. Питомий опір напівпровідника $2,5 \text{ Ом} \cdot \text{см}$. Визначити концентрацію дірок та їх рухливість.

9. Холлівська рухливість носіїв у натрії дорівнює $0,0053 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$, а постійна Холла $R_x = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 \cdot \text{Кл}^{-1}$. Знайдіть за цими даними електропровідність натрію. Порівняйте її з табличним значенням. Оцініть температуру при якій проводили вимірювання ефекту Холла.

10. Знайдіть швидкість дрейфу електронів та дірок в германії і кремнії при кімнатній температурі в полі напруженості 10^3 В/м .

5. Основи квантової електроніки

Квантова електроніка – це галузь науки і техніки, присвячена дослідженню та застосуванню квантових явищ для підсилення, генерації і перетворення когерентних електромагнітних хвиль. Відмітимо основні етапи розвитку квантової електроніки.

1917 р. А. Ейнштейн висунув гіпотезу про існування стимульованого випромінювання. Строго обґрунтування існування індукованого випромінювання та наявності когерентності в елементарному акті випромінювання проведене Діраком у створеній ним квантово-механічній теорії випромінювання.

1940 р. В.А. Фабрикант сформулював умови експериментального виявлення стимульованого випромінювання в газовому розряді.

1950 р. Е. Парсел, Р. Паунд отримали стимульоване випромінювання в результаті інверсії ядерних спінів.

1953 – 1954 р.р. М. Басов, О. Прохоров, Дж. Вебер, Дж. Гордон, Х. Цайгер та Ч. Таунс отримали генерацію на пучку молекул аміаку в сантиметровому діапазоні з використанням їх сортування в магнітному полі (перший мазер).

1958 р. Ч. Таунс, А. Шавлов, О. Прохоров показали можливість використання вимушеного випромінювання в оптичному діапазоні.

1960 р. Т. Мейман створив рубіновий оптичний квантовий генератор (ОКГ). А. Джаван створює газовий лазер на суміші гелію і неону.

1958 р. – 1961 р. М. Басов, Б. Вул, Ю. Попов розробили теоретичні основи напівпровідникових лазерів і в 1962-1963 р.р. були створені практичні конструкції напівпровідникових лазерів.

1965 р. К. Пейтел розробив потужні молекулярні газові ОКГ на суміші вуглекислого газу, азоту і гелію.

5.1. Вимушене випромінювання

Перехід квантової системи (атома, молекули чи іона) з основного стану, якому відповідає нижчий енергетичний рівень, у збуджений відбувається при поглинанні фотона з переходом на вищий енергетичний рівень. Із збудженого стану електрон завжди прагне повернутися в основний, тому час його перебування в такому стані надзвичайно малий – складає наносекунди. Перехід же електрона на нижчий енергетичний рівень супроводжується випромінюванням кванта електромагнітного поля. Таке самовільне випромінювання прийнято називати *спонтанним*.

1916 року Ейнштейн висловив гіпотезу, що перехід квантової системи у стан з меншою енергією можливий також під дією зовнішнього електромагнітного поля. Дійсно ймовірність спонтанних переходів визначається лише внутрішніми властивостями атомів і, отже, не може залежати від інтенсивності падаючого випромінювання, тоді як вірогідність «поглинальних» переходів залежить як від властивостей атомів, так і від інтенсивності падаючого випромінювання. Для необхідності встановлення рівноваги при довільній інтенсивності падаючого випромінювання необхідне існування «випромінювальних» переходів, ймовірність яких зростала б із збільшенням інтенсивності випромінювання. Випромінювання, що виникає внаслідок таких переходів, називається *вимушеним* або *індукованим*.

Виходячи з термодинамічних міркувань, Ейнштейн довів, що ймовірність вимушених переходів, що супроводжуються випромінюванням, повинна дорівнювати ймовірності вимушених переходів, що супроводжуються поглинанням світла. Таким чином, вимушені переходи мо-

жуть з рівною ймовірністю відбуватися як в одному, так і в іншому напрямку.

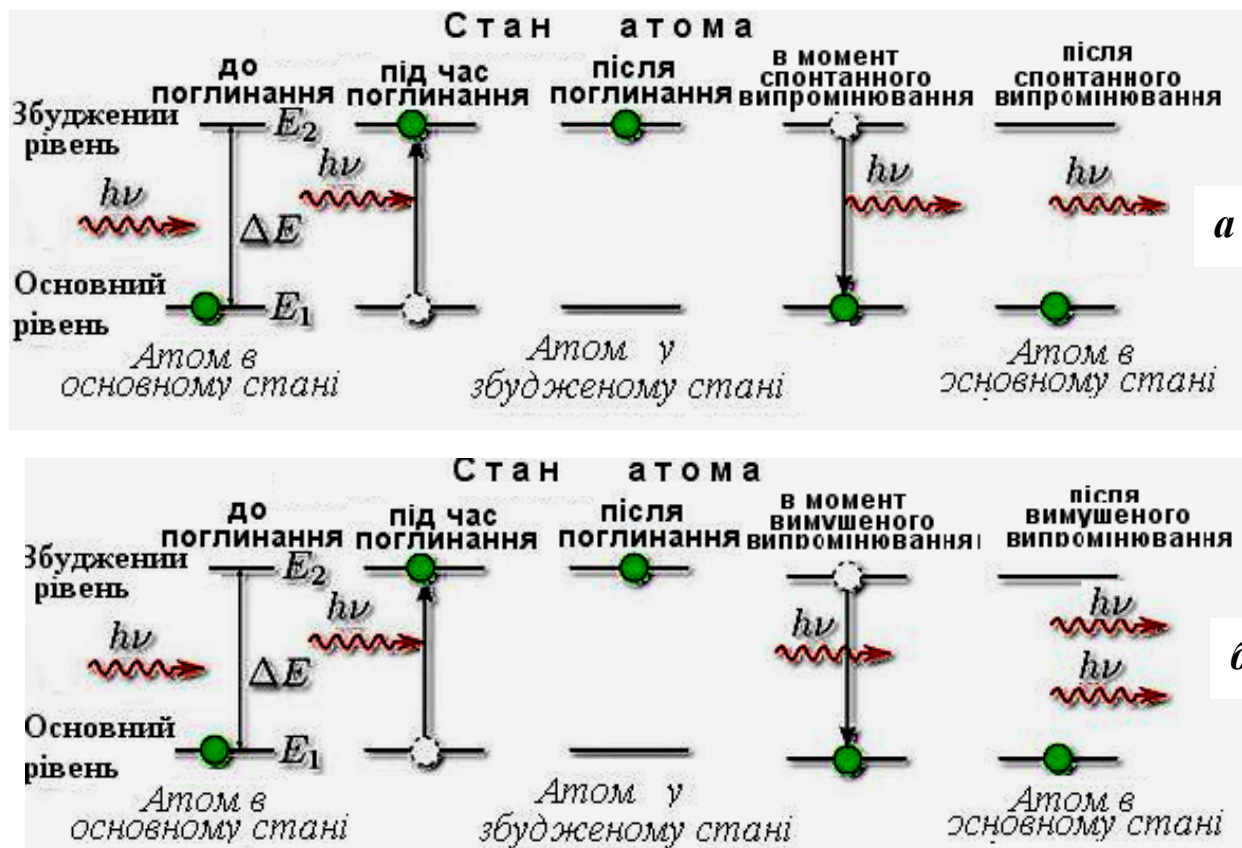


Рис.5.1. Схематичне пояснення виникнення спонтанного (а) та вимушеного (б) випромінювання.

Вимушене випромінювання володіє досить важливими властивостями. Напрямок його поширення в точності збігається з напрямком розповсюдження змушувального випромінювання, тобто зовнішнього випромінювання, що спричинює такий перехід. Те ж саме відноситься до частоти, фази і поляризації вимушеного випромінювання. Отже, вимушене випромінювання виявляється строго *когерентним*. Ця особливість вимушеного випромінювання лежить в основі дії підсилювачів і генераторів світла, названих *лазерами*.

Нехай D_{12} – ймовірність вимушеного переходу атома в одиницю часу з енергетичного рівня E_1 на рівень E_2 , а D_{21} – ймовірність зворотного переходу. Тоді, при сталій інтенсивності випромінювання $D_{12}=D_{21}$.

Ймовірність вимушених переходів пропорційна випромінювальній здатності тіла $\varepsilon(\nu, T)$, що припадає на деяку фіксовану частоту, відповідну даному переходу $\nu = \frac{E_2 - E_1}{h}$. Позначивши коефіцієнт пропорційності через B , отримаємо:

$$D_{12} = B_{12} \cdot \varepsilon(\nu, T) \quad (5.1)$$

де B_{12} і B_{21} називаються коефіцієнтами Ейнштейна, причому згідно зазначеному вище $B_{12} = B_{21}$.

Ейнштейн, припустивши рівноймовірність вимушених переходів $E_1 \rightarrow E_2$ та $E_2 \rightarrow E_1$, дійшов відомої формули Планка для випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла.

Рівновага між речовиною та випромінюванням буде досягнута за умови, що кількість атомів N_{12} , що здійснюють в одиницю часу перехід із стану E_1 в стан E_2 буде дорівнювати кількості атомів N_{21} , що здійснюють перехід у зворотному напрямі. Нехай $E_2 > E_1$, тоді переходи $E_1 \rightarrow E_2$ зможуть відбуватися тільки під впливом поглинутого випромінювання, переходи ж $E_2 \rightarrow E_1$ здійснюватимуться як вимушено, так і спонтанно. Отже

$$N_{12} = N'_{21}; \quad N_{21} = N'_{21} + N''_{21}, \quad (5.2)$$

де N'_{12} , N'_{21} – кількість атомів вимушеного випромінювання при відповідних переходах; N''_{21} – кількість атомів, що спонтанно перейшли у напрямі $E_2 \rightarrow E_1$.

Отже, умова рівноваги матиме вигляд

$$N'_{12} = N'_{21} + N''_{21}. \quad (5.3)$$

Згідно (5.1)

$$N'_{12} = D_{12}N_1 = B_{12}\varepsilon(\nu, T)N_1, \quad (5.4)$$

$$N'_{21} = D_{21}N_2 = B_{21}\varepsilon(\nu, T)N_2. \quad (5.5)$$

Позначимо ймовірність спонтанного переходу атома в одиницю часу із стану E_2 в стан E_1 через A_{21} . Тоді кількість атомів, що здійснюють в одиницю часу спонтанний перехід $E_2 \rightarrow E_1$ визначиться з виразу

$$N_{21}'' = A_{21}N_2 \quad (5.6)$$

Підстановка виразів (5.4–5.6) у співвідношення (5.3) приводить до рівності

$$B_{12}\varepsilon(\nu, T)N_1 = B_{21}\varepsilon(\nu, T)N_2 + A_{21}N_2, \quad (5.7)$$

звідки $\varepsilon(\nu, T) = \frac{A_{21}N_2}{B_{21}N_1 - B_{21}N_2}$, а з урахуванням того, що $B_{12} = B_{21}$,

маємо

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{A_{21}}{B_{21}} \cdot \frac{1}{\frac{N_1}{N_2} - 1}. \quad (5.8)$$

Рівноважний розподіл атомів за станами з різною енергією визначається законом Больцмана, згідно якому

$$\frac{N_1}{N_2} = \exp\left(\frac{E_2 - E_1}{kT}\right) = \exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right). \quad (5.9)$$

Тому приходимо до формули:

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{A_{21}}{B_{21}} \cdot \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}. \quad (5.10)$$

Для визначення коефіцієнта A_{21}/B_{21} Ейнштейн скористався тим, що при малих частотах вираз (5.10) повинен переходити у формулу Релея-Джінса. У разі $h\nu \ll kT$ можна провести заміну $e^{h\nu/kT} = 1 + \frac{h\nu}{kT}$, внаслідок чого (5.10) приймає вигляд

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{A_{21}}{B_{21}} \cdot \frac{h\nu}{kT}. \quad (5.11)$$

Порівняння з формулою Релея-Джінса дає для A_{21}/B_{21} значення

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{A_{21}}{B_{21}} \cdot \frac{h\nu}{kT} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2 kT} \Rightarrow \frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \quad (5.12)$$

Підстановка цього значення в (5.10) і приводить до відомої формули Планка

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}. \quad (5.13)$$

5.2. Загальні підходи до побудови лазерів

Як ми з'ясували, світло частоти ν , що співпадає з однією з частот атомів речовини $\nu = \frac{E_n - E_m}{h}$, викликати два процеси:

- 1) вимушений перехід $m \rightarrow n$;
- 2) вимушений перехід $n \rightarrow m$.

Перший процес супроводжується поглинанням світла і ослабленням падаючого пучка, другий же – призводить до збільшення інтенсивності падаючого пучка. Результируюча зміна інтенсивності світлового пучка залежить від того, який з двох процесів переважає.

У разі термодинамічної рівноваги розподіл атомів за різними енергетичними станами визначається законом Больцмана:

$$N_1 = N_0 \exp\left(-\frac{E_1}{kT}\right), \quad (5.14)$$

де N_0 – повне число атомів, N_1 – число атомів, що перебувають при температурі T з енергією E_1 . З цієї формули слідує, що із збільшенням енергії стану заселеність рівня, тобто кількість атомів в даному стані, зменшується. Число переходів між двома рівнями пропорційне заповненості вихідного рівня. Отже, в системі атомів, що перебувають в термодинамічній рівновазі, поглинання падаючої світлової хвилі переважатиме

над вимушеним випромінюванням, так що падаюча хвиля при проходженні через речовину послаблюється.

Для того, щоб одержати підсилення падаючої хвилі, потрібно змінити заселеність енергетичних рівнів так, щоб у стані з більшою енергією E_n перебувала більша кількість атомів, ніж у стані з меншою енергією E_m . У цьому випадку говорять, що дана сукупність атомів має інверсну населеність. Відповідно формулі (5.14)

$$\frac{N_n}{N_m} = \exp\left(-\frac{E_n - E_m}{kT}\right). \quad (5.15)$$

Зрозуміло, що у разі інверсної заселеності $\frac{N_n}{N_m} > 1$ при $(E_n - E_m) > 0$.

Розповсюдивши формально на цей випадок розподіл (5.15), одержимо для T негативне значення:

$$T = -\frac{E_n - E_m}{k \ln \frac{N_n}{N_m}}. \quad (5.16)$$

Тому стани з інверсною заселеністю називають іноді станами з від'ємною температурою. Цей термін суто умовний, оскільки інверсне заселення стосується нерівноважних процесів, а поняття температури застосовне лише до рівноважних станів.

Зміна інтенсивності світла при проходженні через поглинаюче середовище описується *законом Бугера-Ламберта*

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \quad (5.17)$$

де I_0 – інтенсивність падаючого світла, α – коефіцієнт поглинання середовища, x – довжина оптичного шляху в середовищі.

У речовині з інверсною заселеністю енергетичних рівнів вимушене випромінювання може перевищити поглинання світла атомами, унаслідок чого падаючий пучок світла при проходженні через речовину пі-

дсилюватиметься. У разі підсилення падаючого пучка явище відбувається так, якби коефіцієнт поглинання α у формулі (5.17) став від'ємним. Відповідно сукупність атомів з інверсною заселеністю можна розглядати як середовище з від'ємним коефіцієнтом поглинання.

Створення лазера стало можливим після того, як були знайдені способи здійснення інверсної заселеності рівнів в деяких речовинах.

1953 р. М. Басовим та О. Прохоровим та незалежно від них Таунсом та Вебером були створені перші молекулярні генератори, що працювали в діапазоні сантиметрових хвиль і отримали назву *мазери* (походить від перших літер англійської назви: підсилення мікрохвиль за допомогою вимушеного випромінювання).

5.3. Принцип роботи твердотільних лазерів

У побудованому Мейманом (1960 р.) першому *лазері* (що значить підсилення світла за допомогою вимушеного випромінювання) робочим тілом був циліндр із рожевого рубіна. Діаметр стрижня був порядку 1 см, довжина – близько 5 см. Торці рубінового стрижня ретельно полірувалися та були строго паралельні один одному. Один торець покривався щільним непрозорим шаром срібла, інший – шаром срібла, який пропускав близько 8 % енергії, що падала на нього.

Рубін є окислом алюмінію (Al_2O_3), в якому деякі з атомів алюмінію заміщені атомами хрому. При поглинанні світла іони хрому Cr^{+++} (саме у такому вигляді хром перебуває в кристалі рубіну) переходять у збуджений стан. Зворотний перехід в основний стан відбувається в два етапи. На першому етапі збуджені іони віддають частину своєї енергії кристалічній решітці й переходять в метастабільний стан. Перехід з метастабільного стану в основний заборонений правилами відбору. Тому се-

редній час життя іона в метастабільному стані $\sim 10^{-3}$ с, тобто приблизно в 10^5 разів перевершує час життя в звичайному збудженому стані. На другому етапі іони з метастабільного стану переходять в основний, випромінюючи фотон з $\lambda = 694,3$ нм. Під дією фотонів такої ж довжини хвилі, тобто при вимушеному випромінюванні, перехід іонів хрому з метастабільного стану в основний відбувається значно швидше, ніж при спонтанному випромінюванні.

У лазері рубін освітлюється імпульсною ксеноновою лампою (рис.5.2), яка дає світло широкої смуги частот (від голубого до жовтого кольору). При достатній потужності лампи більшість іонів хрому переходять в збуджений стан. Процес надання робочому тілу лазера енергії для переходу атомів у збуджений стан називається *накачуванням*.

На рис.5.3 дана схема рівнів іону хрому Cr^{+++} (рівень E_2 є смугою, утвореною сукупністю близько розташованих рівнів). Збудження іонів за рахунок накачування зображене стрілками E_{12} . Час життя на рівні E_2

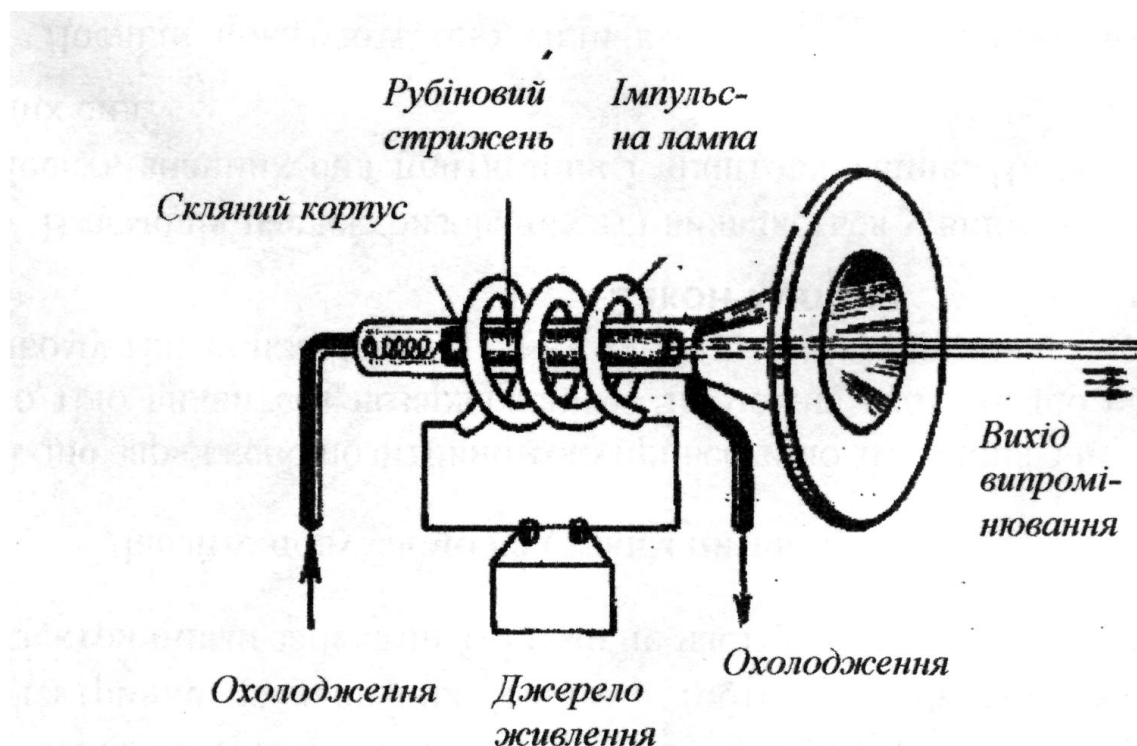


Рис.5.2. Схематична будова рубінового лазера [12].

дуже малий ($\sim 10^{-8}$ с). Протягом цього часу деякі іони перейдуть спонтанно із смуги E_2 на основний рівень E_1 (такі переходи показані стрілкою E_{21}). Проте, більшість іонів перейдуть на метастабільний рівень E_3 (стрілка E_{23}), перехід на який є більш ймовірним. При достатній потужності накачування кількість іонів хрому, що знаходяться на рівні E_2 та E_3 , стає більше числа іонів на рівні E_1 . Отже, виникає інверсія заселеностей рівнів E_2 та E_3 .

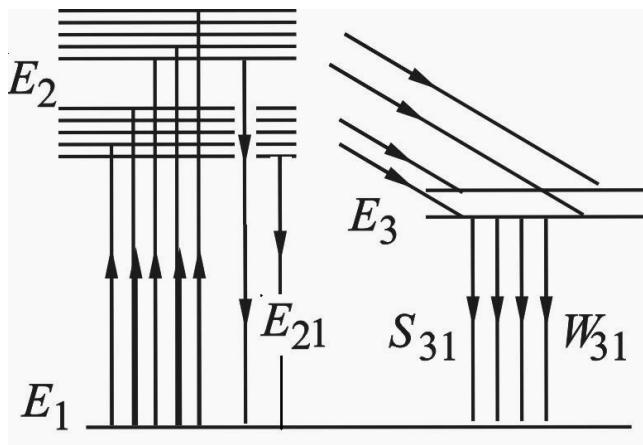


Рис.5.3. Енергетична структура рубінового лазера.

З метастабільного рівня E_3 іони можуть переходити як спонтанно, так і вимушено. Останніх переходів може бути досить багато, але вони повинні підтримуватись якимось «збуджувачем» – чи зовнішнім збуджуючим світлом, чи власне фотонами, що

виникають при спонтанних переходах $E_3 \rightarrow E_1$. Стрілка S_{31} зображує спонтанний перехід з метастабільного рівня в основний. Отже, фотон, що випромінюється при цьому, може викликати вимушене випускання додаткових фотонів (перехід W_{31}), які у свою чергу викличуть вимушене випромінювання і так далі. В результаті утворюється потік фотонів.

Нагадаємо, що фотони, котрі виникають при вимушеному випромінюванні, летять у тому ж напрямку, що і падаючі фотони. Фотони, напрямки руху яких утворюють малі кути з віссю кристалічного стрижня, зазнають багатократних відбивань від торців зразка, кожного разу спричинюючи вищеописані явища. Тому що шлях фотонів у кристалі буде досить великим, то кількість фотонів у напрямку осі швидко зростає.

Фотони, випущені спонтанно в інших напрямках, виходять з кристала через його бічну поверхню.

Процес утворення потоку фотонів зображений схематично на рис.5.4. До початку одержання імпульсу іони хрому знаходяться в основному стані (чорні кульки, рис. 5.4, *a*). Світло накачування (суцільні стрілки, рис. 5.4, *b*) переводять більшість іонів в збуджений стан (світлі кульки). Потік фотонів починає розвиватися, коли збуджені йони спонтанно випромінюють фотони (пунктирні стрілки, рис. 5.4, *в*) у напрямку, паралельному осі кристала (фотони, випущені в інших напрямках, виходять із кристала). Кількість фотонів збільшується за рахунок вимушеного випромінювання. Цей процес розвивається (рис. 5.4, *г* і *д*), оскільки фотони багато разів проходять уздовж кристала, відбиваючись від його торців. Коли пучок стає досить інтенсивним, частина його виходить че-

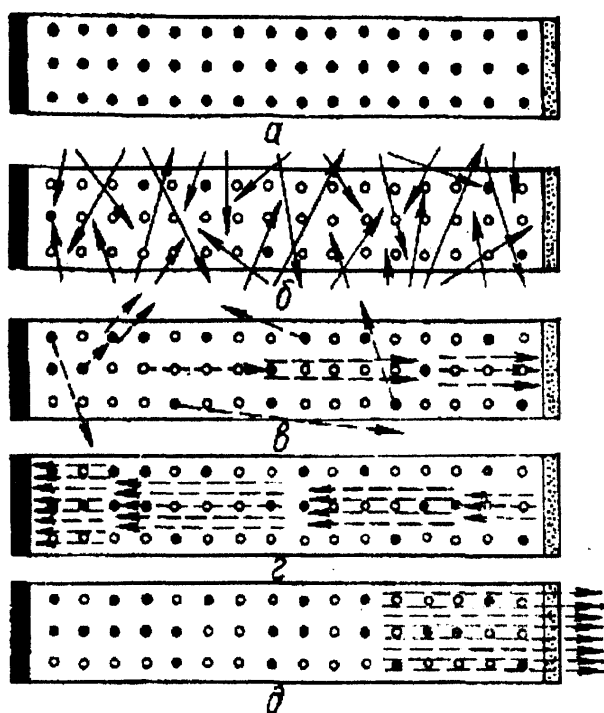


Рис.5.4. Пояснення виникнення вимушеного випромінювання [19].

рез напівпрозорий торець кристала (рис. 5.4, *e*).

Лазери на рубіні працюють в імпульсному режимі з частотою порядку декілька імпульсів за хвилину. Всередині кристала виділяється велика кількість тепла. Тому його доводиться інтенсивно охолоджувати, що здійснюється за допомогою рідкого повітря.

5.4. Принцип роботи газового лазера

1961 року Джаваном був створений перший *газовий лазер*, що працює на суміші гелію і неону. Газовий лазер складається з розрядної трубки, наповненої сумішшю гелію та неону, при тисках, що відповідно дорівнюють 133 і 13,3 Па. Це активна частина лазера. На електроди трубки подається напруга ~ 8 кВ від високовольтного випрямляча. Відбір ліній випромінювання лазера здійснюється резонатором. Останній складається з двох плоских дзеркал (одне з них може бути сферичним); змінною відстані між дзеркалами лазер налагоджується на випромінювання світла певної довжини хвилі.

У газових лазерах, як і в рубінових, вимушене випромінювання виникає за умови інверсного заселення рівнів атомів. Але головна відмінність їх полягає в іншому способі збудження й передачі енергії. Справа в тому, що для газового лазера спосіб оптичного збудження малоефективний, оскільки залежить від спектра поглинання. Тому, зрозуміло, що для оптичного збудження газу необхідно відповідно мати світло таких довжин хвиль, які точно співпадають з лініями його поглинання.

Збудження газового лазера та інверсне заселення рівнів його атомів здійснюється за допомогою зіткнень з електронами, прискорюваними газовим розрядом. Поряд з цим у розряді суміші газів завдяки зіткненням різних атомів між ними відбуваються обміни енергією збудження. Якщо їхні енергетичні рівні мало відрізняються, то практично вся енергія збудження одного атома переходить в енергію збудження іншого й лише мала частка її передається на теплові рухи.

Особливу роль у газових лазерах відіграють обміни енергіями між атомами у метастабільних і основних станах. Це особливо характерне для газового лазера, що працює на суміші гелію і неону.

На рис. 5.5 показано нижчі енергетичні рівні *He* і *Ne* та переходи електронів, що приводять ці гази в збуджені стани. Рівень гелію 2^3S – метастабільний; переходи в цей стан забезпечуються електронними ударами. Збуджені атоми гелію, стикаючись з незбудженими атомами неону, передають їм свою енергію. В результаті цих зіткнень останні переходять на рівень $2s$, а атоми гелію – в основний стан. При відповідній пропорції гелію і неону в суміші та енергії ударів електронів заселеність рівнів $2s$ може перевищувати заселеність рівнів $2p$, тобто виникне інверсне заселення рівнів неону. Саме за рахунок переходів $2s \rightarrow 2p$ створюється індуковане випромінювання неону. Найбільш яскравими лініями його спектра є 0,6328 мкм; 1,15 мкм; 3,39 мкм.

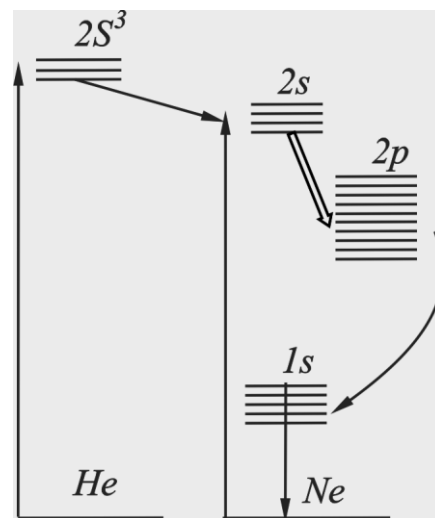


Рис.5.5. Енергетична структура *He-Ne*-лазера.

5.5. Напівпровідникові лазери

Хейнес і Бріггс 1952 року вперше спостерігали явище електролюмінесценції в напівпровідниковому *p-n*-переході. Вони досліджували люмінесцентне світіння переходу під час пропускання через нього струму в провідному напрямку.

На початку 60-х років XX ст. було створено *p-n*-перехід на арсеніді галію (*GaAs*) з дуже великим виходом електролюмінесценції, що стало основою для розробки перших напівпровідникових лазерів. Вимушене випромінювання в *GaAs* отримали незалежно одна від одної три групи дослідників на чолі з Холлом, Натаном і Квістом.

Діод Холла мав форму, близьку до кубічної з довжиною ребра 0,4 мм. Він працював за температури рідкого азоту і живився імпульсами струму мікросекундної тривалості з густиною до $2 \cdot 10^4$ А/см². Випромінювання відбувалося на довжині хвилі 0,842 мкм. Розходження променя лазера становило близько 15°, а ступінь монохроматичності був значно нижчим, ніж у створених раніше газових і твердотілих лазерах. Незабаром після робіт Холла було отримано вимушене випромінювання у видимій області ($\lambda = 0,71$ мкм) у сплаві *GaAs–Ga*, а потім у *In–InAs*, *InSb*, *InP* та інших матеріалах.

Отримати лазерне випромінювання, можна збуджуючи напівпровідники сильним електричним полем. Цей метод дає змогу збуджувати велику кількість напівпровідників і навіть діелектриків, тобто використовуючи як активний елемент різні речовини, можна створити лазери, які працюють в діапазоні ультракороткого та інфрачервоного випромінювання.

Розглянемо принцип дії напівпровідникового інжекторного лазера. В лазерах використовують як чисті напівпровідники, так і з домішками інших речовин (арсену, стибію, індію, тощо), що забезпечують необхідну *p*-чи *n*-тип провідності. Активним середовищем такого лазера є напівпровідниковий *p-n*-перехід. Як вже розглядалось у розділі 4, за відсутності зовнішнього електричного поля на *p-n*-переході відбувається спонтанний перехід електронів до *p*-переходу, а дірок — до *n*-переходу. При цьому на переході створюється внутрішнє електричне поле, яке в подальшому перешкоджає рухові як електронів, так і дірок. (рис.5.6).

Якщо до *p-n*-переходу прикласти зовнішню напругу, більшу від значення внутрішньої, це спричинить знищення потенціального бар'єру й інтенсивну інжекцію в *p-n*-перехід електронів та дірок. У результаті

проходження значного струму в провідному напрямку атоми напівпровідників переходитимуть у збуджений стан. Повернення в рівноважний стан після вимикання зовнішнього струму може відбуватися двома шляхами.

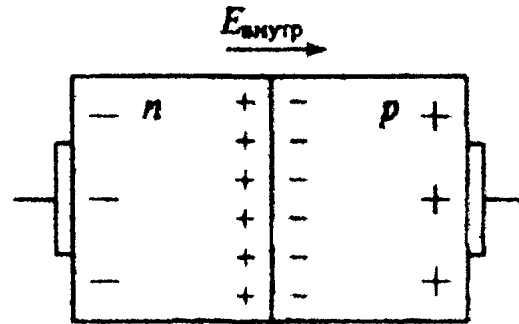


Рис.5.6. Самовільні процеси в p - n -переході.

1. Енергія носіїв струму під час зіткнень з кристалічною решіткою зменшується до значення kT за даної температури. Цей процес є «охолодженням» носіїв до температури решітки.

2. Відбувається рекомбінація електронів і дірок, яка проходить з вивільненням деякої кількості променистої енергії.

Нас цікавитиме другий випадок. Під час рекомбінації електронів з дірками відбувається випромінювання енергії у вигляді світла. Чим вища різниця потенціалів зовнішнього поля, тим сильніший струм, що проходить крізь перехід, і тим інтенсивнішою стає рекомбінація. Якщо сила струму через перехід достатньо мала, електролюмінесценція носить спонтанний і немонохроматичний характер. Зі збільшенням сили струму крізь перехід спектр випромінювання звужується, а направленість зростає (рис.5.7.).

При цьому число фотонів, які народжуються в процесі рекомбінації, перевищує число фотонів, поглинутих у напівпровіднику. Мінімальна сила струму, за якої інтенсивність рекомбінаційного випромінювання стає порівнянною з інтенсивністю поглинання світла в p - n -переході, називається *граничним струмом*. Якщо сила струму більша за граничну, p - n -перехід стає активним середовищем, яке підсилює світло,

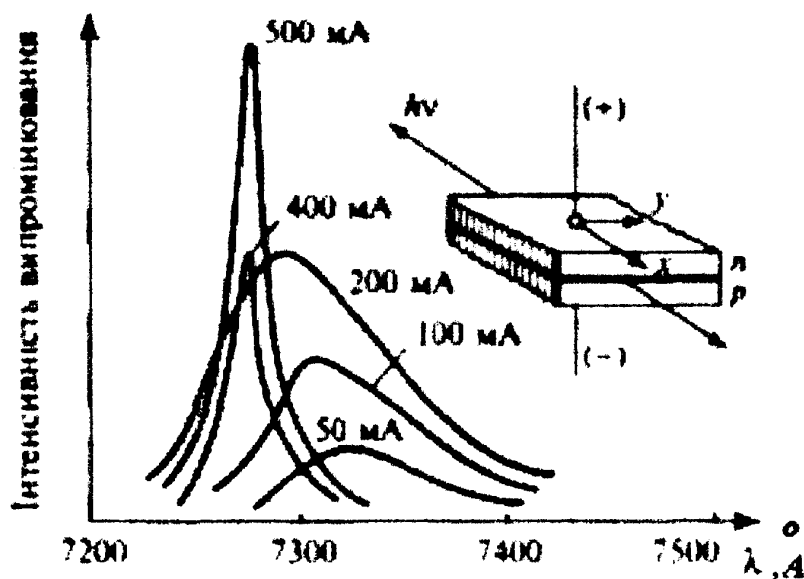


Рис.5.7. Спектр випромінювання інжекторного лазера на основі твердого розчину $GaAsP$ залежно від сили струму через $p-n$ -перехід [14].

що поширюється в площині $p-n$ -переходу. У цьому разі $p-n$ -перехід може бути використаний як квантовий підсилювач світла. В такому напівпровідниковому лазері первинне випромінювання не

обов'язково має надходити в $p-n$ -перехід ззовні, воно може створюватися й у самому переході за рахунок спонтанних переходів. У цьому разі $p-n$ -перехід перетворюється на *квантовий генератор*. Оскільки в основі роботи такого джерела світла лежить інжекція носіїв у $p-n$ -перехід, такий квантовий генератор дістав назву *напівпровідникового інжекторного лазера*.

При цьому необхідно, щоб випромінювання постійно підсилювалося. Цього можна досягти, повертаючи частину отриманого випромінювання назад в активне середовище. Зазвичай для цих цілей використовують напівпрозорі дзеркала. У напівпровідникових лазерах роль дзеркал виконують відполіровані грані самого кристала (рис. 5.8), перпендикулярні до площини $p-n$ -переходу і рівнобіжні між собою. Частина квантів світла, відбита від вихідної грані та повернута назад у кристал, проходячи крізь нього, викликає вимушену рекомбінацію, внаслідок чого випускаються додаткові кванти світла, ідентичні відбитим. Повторне

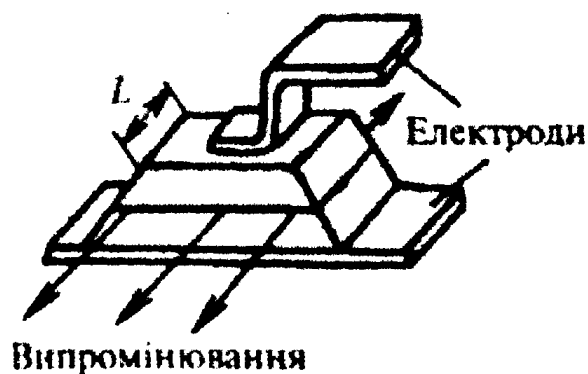


Рис.5.8. Конструктивне виконання напівпровідникового лазера.

відбивання від іншої грані спричиняє ще більше підсилення світла. Між дзеркалами вибирають таку відстань, яка дорівнювала б цілому числу довжини хвилі випромінювання. Тоді хвилі інших довжин послаблюються. При багаторазовому відбиванні

можна отримати дуже велике підсилення того випромінювання, що поширюється в площині p - n -переходу в напрямі, перпендикулярному до полірованих дзеркальних граней кристала. Для того щоб лазерний промінь виникав лише в одному напрямі, інші грані роблять непаралельними.

Спектр генерації світла лазером зі збільшенням товщини напівпровідникової пластини зміщується в довгохвильову область смуги підсилення як за азотної, так і за кімнатної температури. Збільшення коефіцієнта відбивання дзеркал резонатора також призводить до довгохвильового зсуву спектра генерації.

Після досягнення межі збудження лазера на p - n -переході спостерігається випромінювання на кількох частотних лініях, кожна з яких характеризується спектральною шириною порядку 25 МГц (за низьких температур). У міру зростання потужності випромінювання ширина спектра зменшується до 150 кГц.

Типовий лазер на арсеніді галію може працювати як за дуже низьких температур (в імпульсному і неперервному режимах), так і за кімнатної температури (в імпульсному режимі). Підсилення в лазері на $GaAs$

може досягати значення порядку 1000 при силі струму в кілька ампер. На рис.5.7 наведено емісійні характеристики напівпровідникового лазера залежно від сили струму. ККД напівпровідникового лазера значно вищий, ніж типових рубінових чи гелій-неонових лазерів. Особливо високий ККД мають напівпровідникові лазери, які працюють за низьких температур.

Оскільки енергія фотонів, які виникають внаслідок випромінювання атомів, майже дорівнює різниці енергій підрівнів (ширині забороненої зони напівпровідника) $\Delta E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$, то звідси отримаємо енергію, необхідну для випромінювання світла з довжиною хвилі λ (в мікрометрах): $\Delta E \approx \frac{1,23}{\lambda}$. Із цього випливає, що для отримання видимого випромінювання з довжиною хвилі від 0,38 до 0,78 мкм, напівпровідник повинен мати $\Delta E > 1,7$ еВ.

Ge і *Si*, які широко використовуються для виготовлення напівпровідникових приладів, непридатні для виготовлення світлодіодів, бо енергія їх активації буде меншою, ніж необхідно (такі діоди випромінюватимуть світло в інфрачервоному діапазоні). Тому найпоширенішими є інжекторні лазери на основі арсеніду галію. Грані кристалів цих лазерів мають розміри порядку 0,2–1 мм, а товщина *p-n*-переходу становить приблизно 0,1 мкм. Товщина випромінюючого шару трохи більша за товщину переходу і досягає 1–2 мкм. Потужність випромінювання лазерів на арсеніді галію становить десятки ватів. Інжекторні лазери мають великий ККД (коефіцієнт перетворення електричної енергії на світло-ву), що в багатьох випадках перевищує 50-60%.

Російським вченим Ж. Алфьоровим та іншими запропоновано інжекторні лазери на основі гетеропереходів (*гетеролазери*), які мають

високий ККД. У цих лазерах використовують напівпровідникові матеріали з різною шириною забороненої зони. Напівпровідникова структура гетеролазерів складається з монокристалу GaAs *n*-типу, вузького шару GaAs *p*-типу й шару потрійної сполуки *Al-Ga-As* *p*-типу. Активною є середня область (шар GaAs *p*-типу), де утворюється інверсія заселеності. На межі цієї області та шару сполуки *Al-Ga-As* утворюється потенціальний бар'єр, що обмежує довжину вільного пробігу електронів, інжектованих з монокристалу GaAs *n*-типу, та підвищує ефективність утворення вимушеного випромінювання. Крім того, водночас зменшується поглинання світла з неактивної області (монокристал *n*-GaAs), бо внаслідок різних значень коефіцієнтів заломлення шарів *p*-GaAs та *p-Al-Ga-As* спостерігається повне внутрішнє відбивання світла на їх межі (хвильовий ефект). Розроблено також *гетеролазери* з повним внутрішнім відбиванням світла з обох боків від активного шару, лазери з *подвійною гетероструктурою*, чи *ПГС-лазери*. У цих лазерах вдалося істотно знизити густину граничного струму й отримати великий ККД, що дало змогу за кімнатної температури здійснити режим безперервного випромінювання, що був раніше можливий лише за температури рідкого азоту. У ПГС-лазерах на основі *GaAs–GaAlAs* за кімнатної температури отримана густина граничного струму менша, ніж 1 кА/см^2 .

Відмінними рисами гетеролазерів є їх високий ККД, зручність збудження, малі габарити. Змінюючи концентрацію домішкового алюмінію від 0 до 30% у *GaAlAs*, можна виготовляти лазери з різною довжиною хвилі видимого випромінювання $> 0,68 \text{ мкм}$. Переваги напівпровідникових лазерів полягають також у простоті модуляції випромінювання, яка здійснюється зміною струму накачування.

Недолік напівпровідникових лазерів — невисокий ступінь когерентності випромінювання, низька температурна і радіаційна стійкість.

Великим досягненням лазерної техніки останніх років стало створення гетеролазера з розподіленим зворотним зв'язком. У такому напівпровідниковому лазері торцеві дзеркальні поверхні, що утворюють оптичний резонатор, замінено на дифракційні решітки, які, як відомо, на певних частотах повністю відбивають падаюче на них випромінювання.

5.6. Рідинні лазери (лазери на барвниках)

Параметри випромінювання твердотільного лазера значною мірою залежать від оптичних якостей використовуваного кристала. Неоднорідності кристалічної структури можуть серйозно обмежувати когерентність лазера. Кристали постійно схильні до деградації (руйнування під дією температури, світла, різноманітних випромінювань). З цими труднощами не доводиться мати справи при роботі з газовими лазерами, та зате ці лазери мають помітно меншу концентрацію активної речовини із-за низької концентрації атомів в газі. *Рідинний лазер* — це лазер, в якому робочим тілом є рідина. Переваги рідинних лазерів над газовими полягають у тому, що вони мають значно вищу концентрацію активних атомів, яку легко можна змінювати. Крім того, активне середовище є дешевим і мало схильним до пошкоджень. В той же час рідинні лазери не такі громіздкі, як газові системи та простіші в експлуатації. Серед рідинних лазерів найбільше значення мають лазери на органічних фарбниках. Ефект генерації розчину фарбника вперше виявив 1965 року П. Сорокін у лабораторії фірми IBM в ході дослідження барвників, використовуваних в пасивних затворах для рубінових лазерів.

Найбільш істотною перевагою рідинного лазера над усіма розглянутими вище лазерами є можливість плавно змінювати частоту випромінювання в межах значного спектрального діапазону.

Активним середовищем рідинного лазера є розчин органічного барвника. Коли останній збуджується зовнішнім джерелом короткохвильового випромінювання, він випромінює на довгих хвилях або флуоресціює, поглинаючи фотон на довжині хвилі збудження, а потім випромінює фотон на довжині хвилі флуоресценції. Різниця енергії фотонів йде на безвипромінювальні переходи і переходить в тепло.

На рис.5.9 приведені спектри поглинання і флуоресценції типового лазерного барвника.

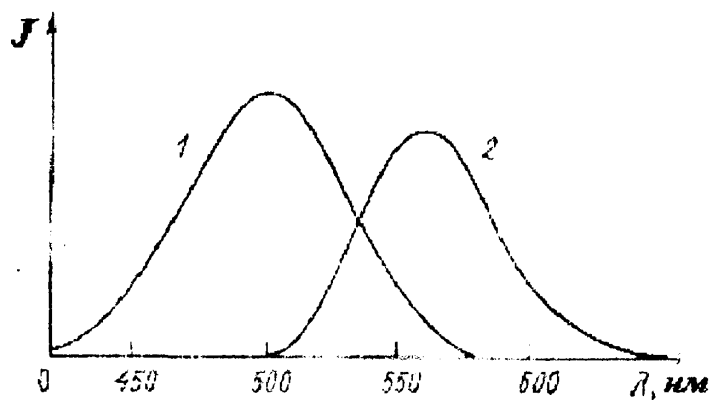


Рис.5.9. Спектр поглинання (1) і флуоресценції (2) для типового лазерного барвника) [23].

Крива флуоресценції (2) захоплює жовту і значну частину червоної ділянки спектра та зміщена в більш довгохвильовий діапазон відносно кривої поглинання (1), що займає

синьо-зелену ділянку спектра. Ця ситуація аналогічна розглянутій вище при описі роботи лазера на рубіні: випромінювання лампи накачування лежить переважно в жовто-зеленій і голубій областях спектра, а кристал рубіну флуоресціює в червоній області. Істотна відмінність полягає в тому, що барвник флуоресціює у виключно широкому діапазоні частот видимої області спектра в протилежність достатньо вузькій смузі флуоресценції типового твердотільного лазера.

Широкий спектр флуоресценції барвника можна пояснити за умовною схемою енергетичних рівнів типової молекули барвника (рис.5.10). Молекула барвника має дві групи станів: синглетні (S_0 , S_1 , S_2) і триплетні (T_1 і T_2). Синглетні стани виникають, коли повний спін збуджених електронів у молекулі дорівнює нулю, а триплетні — коли спіни дорівнюють одиниці. Синглет-триплетні і триплет-синглетні переходи мало ймовірні в порівнянні з синглет-синглетними і триплет-триплетними переходами. Накачування лазера на барвниках відбувається

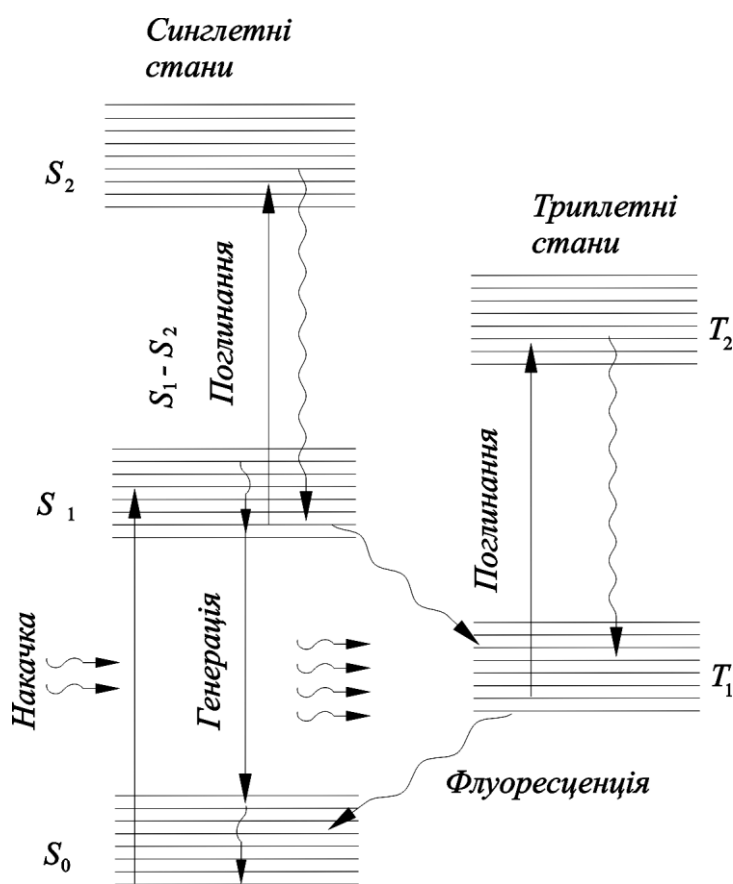


Рис.5.10. Діаграма рівнів для рідинного лазера.

ся при поглинанні фотонів, які переводять молекули з основного стану S_0 в перший збуджений стан S_1 . Стимульоване випромінювання виникає при переході між рівнем, розташованим поблизу дна стану S_1 і деяким проміжним рівнем стану S_0 . Оскільки стани S_0 і S_1 містять безліч окремих колиально-обертальних підрівнів, показаних на малюнку окремими лініями, то лінія випромінювання досить широка. Триплетні стани T_1 і T_2

не беруть участь безпосередньо в генерації випромінювання, проте наявність їх досить суттєва. Є достатньо мала ймовірність переходу $S_1 \rightarrow T_1$ (так званий інтеркомбінаційний перехід). Оскільки перехід $T_1 \rightarrow S_0$ (флу-

оресценція) також є забороненим, молекули мають тенденцію накопичуватися в стані T_1 . Але перехід $T_1 \rightarrow T_2$ є дозволеним, і, на жаль, діапазон частот для цього переходу майже в точності дорівнює діапазону робочих частот лазера. Як тільки в результаті переходів значна кількість молекул накопичується в стані T_1 поглинання на переході $T_1 \rightarrow T_2$ швидко зменшує коефіцієнт підсилення і може припинити генерацію. З цієї причини деякі лазери на барвниках працюють в імпульсному режимі при тривалості імпульсу меншій, ніж та, яка потрібна для досягнення помітних значень заселеності стану T_1 . Для деяких барвників може також мати місце поглинання, пов'язане з переходами у вищі синглетні стани ($S_1 \rightarrow S_2$), тому практично добираються такі барвники, у яких частоти цих переходів не лежать у спектральному діапазоні, де поглинання не повинно бути.

Використання різних барвників як активного середовища дозволило здійснювати плавну перебудову робочої частоти в широкому діапазоні, що охоплює майже всю видиму область спектра (рис.5.11). Максимальна вихідна потужність рідинного лазера залежить від використовуваного розчинника та якості юстування оптичного резонатора. Деякі домішки, наприклад, циклооктатетрен, можуть злегка зміщувати смугу флуоресценції барвника і збільшувати потужність випромінювання.

Всі лазери на барвниках накачуються оптичним методом. При накачуванні важливо, щоб джерело накачування випромінювало на частотах, близьких до положення максимуму смуги поглинання. Лазерне випромінювання барвника є більш довгохвильовим, ніж збуджуваче випромінювання. Наприклад, накачування родаміну, що флуоресціює поблизу 590 нм, здійснюється випромінюванням в інтервалі довжин хвиль 490–515 нм. Тип джерела накачування визначає не тільки спектральний

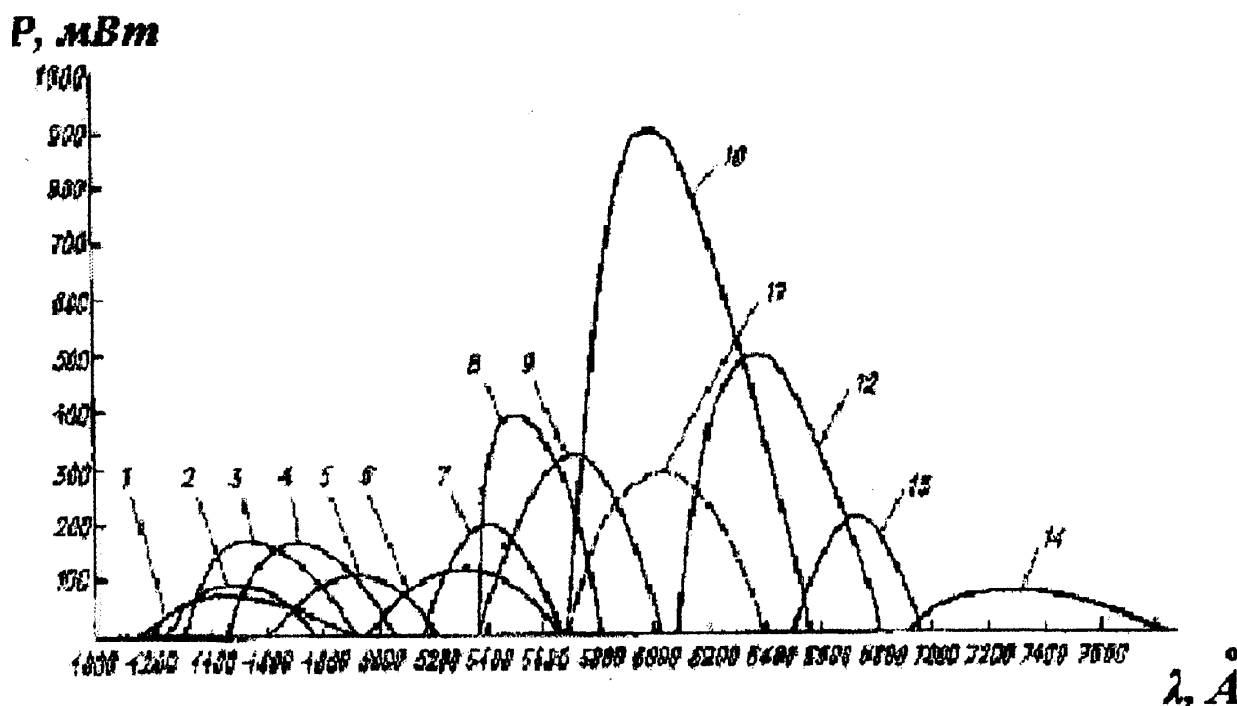


Рис.5.11. Вихідна потужність деяких поширених рідинних лазерів, що працюють на барвниках: 1 – карбостирол; 2,3,5,6,7 – кумарин (для різної потужності накачування); 4 – діетиламинометикуріл; 8 – Na-флуоресцеїн; 9–12 – родамін; 13–14 – рубстин [23].

діапазон генерації, але й «геометрію» накачування. Найпростішим методом накачування барвників є метод, аналогічний оптичному накачуванню твердотільних лазерів. Накачування барвника здійснюється трубкою, поміщеною в еліптичний відбивач. Оптичне накачування проводиться за допомогою стрижньових ламп, які забезпечують імпульсні значення потужності накачування у декілька кіловат і середні потужності випромінювання у видимому діапазоні порядку 50 мВт.

Як джерело для накачування барвників можна також використовувати газовий лазер. Оптичне накачування проводиться в поперечному, відносно до осі генерації, напрямку (рис.5.12). Пучок випромінювання лазера, використовуваного для накачування, фокусується в область, вісь якої паралельна одній із стінок кювети, що містить фарбник. Вихідні вікна кювети роблять плоскими та наносять відповідне покриття або повертають на кут Брюстера до осі. Дзеркала розташовують поза ко-

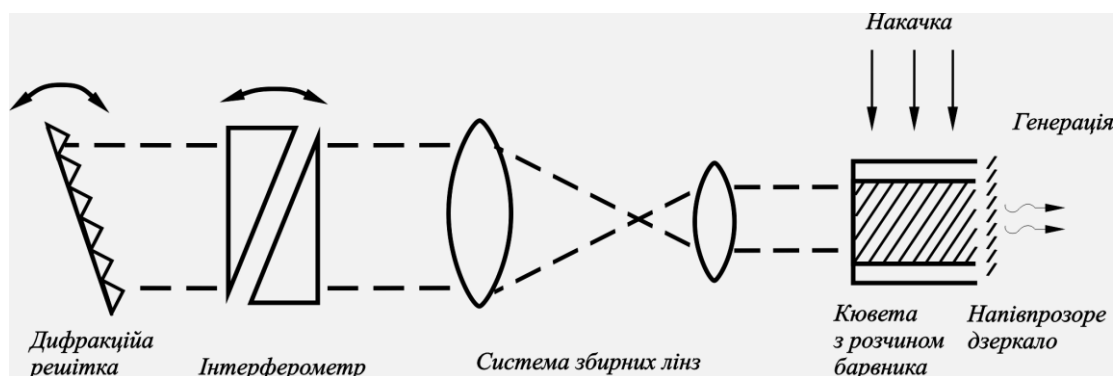


Рис.5.12. Схема вузькополосного лазера на барвниках.

міркою з барвником для того, щоб при зміні діапазону частот було досить змінити кювету з барвником і перебудувати частотно-селективний елемент, розташований в лазерному резонаторі. При таких коротких довжинах хвиль джерела накачування іноді використовується процес накачування, що протікає в дві стадії, наприклад: випромінювання N_2 -лазера (337 нм) спочатку поглинається спеціально доданим барвником, який ефективно поглинає на цій довжині хвилі, а потім більш довгохвильове флуоресцентне випромінювання, у свою чергу, поглинається барвником, який використовується для генерації лазерного випромінювання. Енергія в імпульсі випромінювання типового азотного лазера рівна приблизно 1 мДж (тобто потужність дорівнює 100 кВт при тривалості імпульсу 10 нс). Енергія на виході лазера на барвниках при такому накачуванні складає від 2 до 200 мкДж.

Іншим широко використовуваним джерелом накачування для лазера на барвниках є потужне випромінювання ліній (синьо-зелена і ультрафіолетового спектра) іонного аргонного лазера. Для багатьох барвників, у яких генерація відбувається на довжинах хвиль, що перевищують 560 нм (від жовтої до червоної області спектра), смуги поглинання барвника співпадають з довжинами хвиль випромінювання аргонного лазера у видимій області. Такі барвники, як родамін, можуть поглинати майже повністю випромінювання накачування у видимій області і пере-

творювати більше 20% поглиненої енергії в когерентне випромінювання з довжиною хвилі в районі максимуму смуги флуоресценції.

Оскільки більшість лазерів на барвниках володіють виключно високим коефіцієнтом підсилення, потрібний достатньо невеликий об'єм активного середовища. Однак поглинання інтенсивного випромінювання і подальший нагрів малого об'єму барвника, а також швидке заселення триплетного стану приводять до необхідності безперервної та швидкої заміни речовини в робочому об'ємі. Якщо цього не робити, відбувається термічне розкладання барвника, що збільшує, у свою чергу, втрати випромінювання в системі. Для запобігання розкладанню барвника між двома вікнами, через які здійснюється накачування і виходить когерентне випромінювання, встановлюють потік розчину барвника, який випускається із спеціально сконструйованого сопла та утворює ламінарний шар рівної товщини, через який і проходить випромінювання лазера накачування.

Резонатор рідинного лазера (рис.5.13) утворений дзеркалом 3 (з коефіцієнтом відбивання $R=100\%$) і плоским вихідним дзеркалом 7 ($R=95-98\%$). Допоміжне дзеркало 5 ($R=100\%$) служить для зменшення

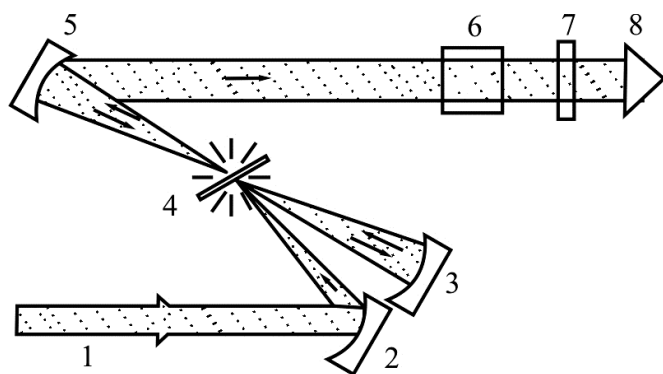


Рис.5.13. Схематичне зображення лазера на барвниках з ламінарним потоком: неперервна перебудова частоти випромінювання.

габаритів резонатора і забезпечує паралельність лазерного випромінювання 8 на виході із випромінюванням накачування 1, що спрямовується в об'єм поворотним дзеркалом 2. Потік барвника 4 направлений перпендикулярно до площини малюнка і розташований

ний під кутом Брюстера до випромінювання накачування. Довжини хвиль перебудовуються селективним елементом 6. Зміна частоти лазерного випромінювання здійснюється за допомогою частотно-селективних елементів типу призматичного пристрою (рис.5.12). У деяких випадках для збільшення дисперсії використовують систему з декількох призм, що працюють поблизу кута Брюстера. Іноді коефіцієнт підсилення барвника буває настільки високим, що роль диспергуючого елементу (і одночасно «глухого» дзеркала) може виконувати дифракційна решітка. Якщо нормаль до поверхні решітки складає певний кут з оптичною віссю резонатора, то у зворотному напрямі випромінювання розповсюджується у вузькому спектральному діапазоні поблизу довжини хвиль, що задовольняють умові $2d \cdot \sin \alpha = m\lambda$, де m — ціле число (зазвичай $m = 1$), d — період решітки. Випромінювання з іншими довжинами хвиль не повертається в резонатор і втрачається. Робочу довжину хвилі можна змінити простим поворотом дифракційної решітки. Є ряд інших частотно-селективних елементів, які можна поміщати в резонатор лазера на барвниках. Одним з таких елементів є використовуваний в промислових приладах так званий клиновий фільтр. Цей фільтр складається з шару діелектричного матеріалу у формі клину, на який з двох боків нанесені дзеркальні шари з високим коефіцієнтом відбивання. Таким фільтром є інтерферометр Фабрі-Перо із змінною за висотою відстанню між дзеркалами. Пересування клину в напрямку, перпендикулярному до оптичної осі резонатора, викликає зміну довжини хвилі, відповідної максимуму пропускання фільтру. Зменшені втрати на цій довжині хвилі дозволяють здійснити генерацію випромінювання. Проте ширина лінії лазерного випромінювання при такому методі селекції може виявитися

дуже великою. Тому для подальшого звуження ліній генерації в резонатор поміщають один або й більше елементів Фабрі-Перо.

Винайдення лазера на барвниках виявилось винятково важливою подією, оскільки їх випромінювання можна перебудовувати в діапазоні довжин хвиль, що виходить за межі видимої ділянки спектра. Проте є істотні «розриви» в спектрі лазерного випромінювання, тобто інтервали довжин хвиль, в яких відомі лазерні переходи рідкісні, а перебудова їх частоти можлива лише у вузьких спектральних діапазонах. Широкі смуги флуоресценції, на існуванні яких заснована робота лазера зі зміною довжини хвилі, не виявлені в далекій інфрачервоній частині спектра, а використовувані в лазерах барвники швидко руйнуються інтенсивним випромінюванням накачування при збудженні барвника, особливо коли треба отримати генерацію в ультрафіолетовому діапазоні спектра.

У пошуках способів заповнити ці прогалини багато фахівців з лазерів використовували нелінійні ефекти в деяких оптичних матеріалах. Так, 1961 року дослідники з університету Мічігану сфокусували світло рубінового лазера (довжина хвилі 694,3 нм) у кристал кварцу і зареєстрували на виході не тільки саме світло рубінового лазера, але й випромінювання з *подвоєною частотою*, тобто на довжині хвилі 347,2 нм. Хоча це випромінювання було набагато слабкіше, ніж на основній довжині хвилі, проте це короткохвильове випромінювання мало характерну для лазерного світла монохроматичність і просторову когерентність. Процес генерації такого короткохвильового випромінювання відомий як *подвоєння частоти*, або *генерація другої гармоніки* (ГДГ).

ГДГ часто застосовують для перетворення інфрачервоного випромінювання ($\lambda=1,06$ мкм та інші лінії) неодимового лазера у випромінювання жовто-зеленої області спектра (наприклад $\lambda=530$ нм), в якій мож-

на отримати лише невелике число інтенсивних лазерних ліній. Генерацію гармонік можна також використовувати для того, щоб отримати випромінювання з частотою в три рази більшою, ніж у збуджувального лазерного випромінювання. Нелінійні характеристики рубідія й інших лужних металів застосовують, наприклад, для потроєння частоти неодимового лазера до значення, відповідного довжині хвилі 353 нм, тобто спектра, що потрапляє в ультрафіолетову область. Теоретично можливі процеси генерації гармонік і вищих, ніж третя, але ефективність такого перетворення у край низька, тому з практичної точки зору вони не представляють інтересу.

Можливість генерації когерентного випромінювання на нових частотах не обмежується процесом генерації гармонік. Одним з таких процесів є процес *параметричного підсилення*.

5.7. Про деякі інші типи лазерів

Вдосконалення волоконно-оптичної техніки привело до створення нового типу пристроїв: оптичних підсилювачів і лазерів на так званих активних волокнах, тобто волокнах, легованих рідкоземельними елементами. Перші *волоконні лазери* були створені на кварцевих волокнах, легованих іонами неодиму. Нині генерація отримана в кварцевих волокнах, легованих ербієм, ітербієм, тулієм, празеодімом.

Оптоволокно завдовжки в декілька десятків метрів, як правило, складається з двох волокон: центрального і внутрішнього. Волокно в розрізі представлене на рис.5.14. Внутрішнє волокно 1, заповнене активним середовищем (наприклад, ітербій), має діаметр в 6-8 мкм і знаходиться усередині кварцевого (зовнішнього) волокна 2 діаметром 400-600 мкм. Внутрішні стінки волокна покриті світловідбивною

поверхнею, тому рухомий потік квантів зазнає багатократного відбивання. Стикаючись між собою кванти, вибивають фотони з іонів рідкоземельних елементів, які посилюють сумарний потік світла. Усі світлові хвилі, багаторазово відбиваючись, накладаються, тим самим, утворюючи стоячу хвилю. Оскільки переріз центрального волокна має малий діаметр, а саме волокно має величезну довжину, то для компактності волокно можна навити. Головна перевага волокна – це низька втрата енергії випромінювання.

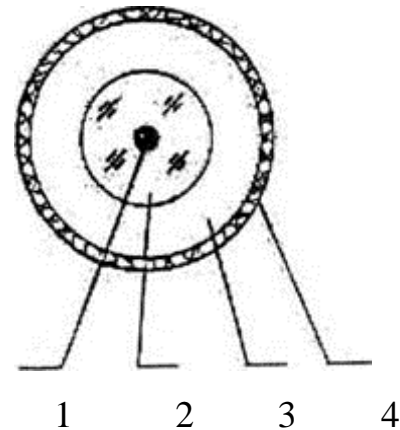


Рис. 5.14. Переріз волокна: 1 – серцевина, легована рідкоземельним елементом; 2 – кварцеве волокно; 3 – полімерна оболонка; 4 – зовнішнє захисне покриття.

Довжина хвилі випромінювання визначається типом легувальних іонів, а ширина спектра генерації залежить від матеріалу, в який вони введені. Використовуючи різні рідкоземельні елементи, як домішки та добираючи склад волокна, можна отримати великий набір генерованих довжин хвиль. Для збільшення потужності випромінювання волоконних лазерів слід збільшувати концентрацію іонів легуючої домішки.

У волоконному ж лазері накачування проводиться діодами з одномодовим випромінюванням. Диференціальна квантова ефективність волоконного лазера з діодним накачуванням, реалізованого на основі світлопроводів з волоконними бреггівськими решітками, склала 90%.

Головна особливість волоконного лазера в тому, що випромінювання тут народжується в тонкому, діаметром всього в 6-8 мкм, волокні 3 (серцевині – наприклад, активне середовище ітербій), яке фактично знаходиться усередині кварцевого волокна 2 діаметром 400-600

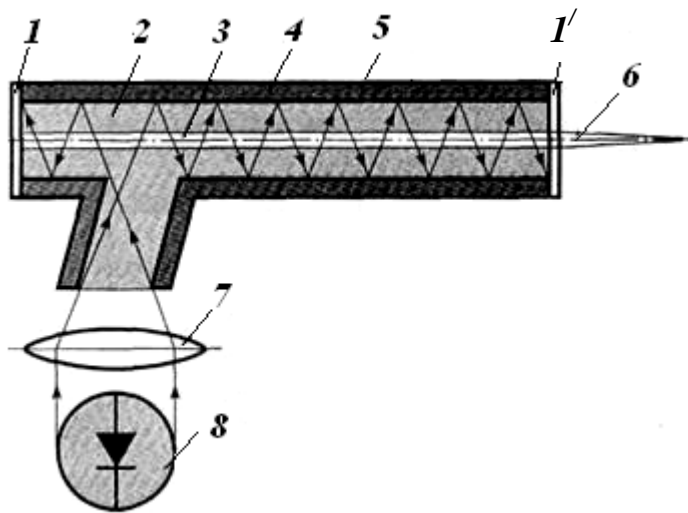


Рис. 5.15. Схема волоконного лазера :1 та 1' – торцеві дзеркала; 2 – оптичне кварцеве волокно; 3 – активоване світловолокно; 4 – світловідбивне покриття; 5 – захисна оболонка; 6 – лазерний промінь; 7 – фокусуюча лінза; 8 – світлодіоди.

мкм. Схема конструкції волоконного лазера приведена на рис.5.15.

Випромінювання лазерних діодів 8 накачувань вводиться в кварцеве волокно 2 і поширюється уздовж усього волокна, відбиваючись від покриття 4, що має довжину декілька десятків метрів, яке можна навішувати на яку-небудь поверхню. Спрощено кажучи,

це випромінювання оптично накачує серцевину, саме в ній відбувається ефект підсилення спонтанного випромінювання іонів рідкоземельних елементів. Поблизу кінців волокна на серцевині розміщують два так звані дифракційні дзеркала, одне з яких (1) має коефіцієнт відбивання 1, а інше – напівпрозоре (1'). Напівпрозоре дзеркало пропускає тільки частину отриманого після багатократного відбивання світлового випромінювання, тоді як перше дзеркало повністю відбиває світловий потік. Тим самим частина випромінювання виходить у вигляді лазерного пучка, а інша частина, зазнаючи відбивання від стінок волокна і двох дзеркал, компенсує випромінювання, що вийшло. Система урівноважується. Таким чином, створюється резонатор волоконного лазера. Через напівпрозоре дзеркало виходить ідеальний одномодовий лазерний пучок з дуже рівномірним розподілом потужності, що дозволяє сфокусувати

випромінювання в пляму малого розміру за допомогою фокусуючої лінзи 7, і, нарешті, через волокно виходить кінцевий сфокусований лазерний пучок 6.

Потужність волоконного лазера, призначеного для технологічних цілей, повинна складати від 100 Вт до 4.6 кВт. Випромінювання такої потужності отримують поєднанням багатокаскадного підсилення у волокнах з набором потужності випромінювання від декількох лазерів з меншою потужністю. Волоконний лазер із ступінчастим підсиленням показаний на рис.5.16.

Принцип роботи такого лазера полягає в наступному. Спочатку накачується задаючий волоконний лазер **1** за допомогою випромінювання світлодіодів **7**, пропущеного через фокусуючі системи світлодіодів **8**.

Потім світлове випромінювання передається по світловому волокну **2** до ізолятора. Від ізолятора випромінювання передається потужному волоконному лазеру першого ступеня **4**, накачуючи його, а від лазера першого ступеня, відповідно, до потужного волоконного лазера другого ступеня **5**, який теж накачується. Після фокусування з лазера другого ступеня

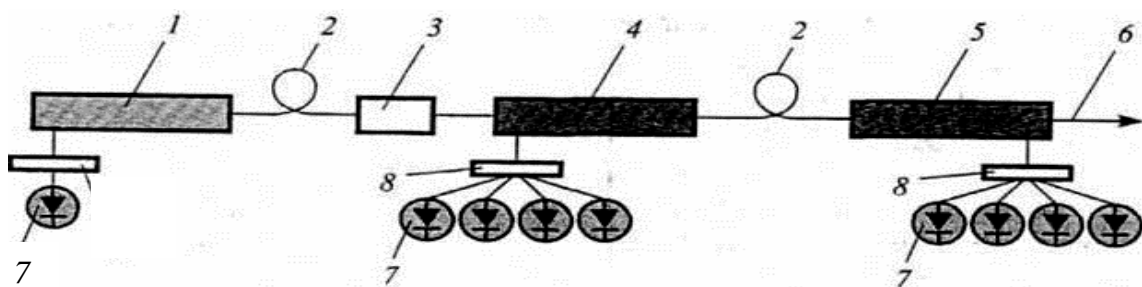


Рис. 5.16. Схема багатокаскадного підсилення у волокнах шляхом набору потужності випромінювання від декількох лазерів з меншою потужністю: 1 – задаючий волоконний лазер; 2 – світловолокно; 3 – ізолятор; 4 – потужний підсилюючий волоконний лазер першого ступеня; 5 – підсилюючий волоконний лазер другого ступеня; 6 – лазерне випромінювання; 7 – світлодіоди; 8 – фокусуючі системи світлодіодів [16].

ступеня виходить кінцевий лазерний промінь **6**.

За допомогою такого лазера можна отримати потужність випромінювання до 100 Вт. При цьому ККД лазера складає до 23 %. У цьому випадку спостерігається дуже мале тепловиділення. Це дає можливість використовувати повітряне охолодження і виключити застосування складних систем водяного охолодження, що властиво іншим типам технологічних лазерів.

Волоконні лазери мають поділяють на три групи: оптичні, енергетичні і технологічні.

Оптичні. Довжина випромінювання хвилі у волоконного лазера $\lambda = 1,09$ мкм, що дає волоконному лазеру ряд переваг:

- випромінювання з такою довжиною хвилі прекрасно фокусується скляними лінзами;
- випромінювання з такою довжиною хвилі може передаватися по волокну на великі відстані;
- таке короткохвильове випромінювання інтенсивно поглинається металом, що ефективно використовується при металообробних операціях.

Енергетичні:

- - у волоконного лазера високий ККД джерела ($\sim 35\%$), тоді як у газових лазерів він складає $\sim 5\%$;
- - є можливість створення випромінювачів високої потужності до 100 кВт шляхом об'єднання випромінювань декількох волоконних лазерів в одне;
- - мала тепловіддача, не вимагає інтенсивного охолодження, а це означає, що знижується сумарне споживання енергії, а лазер стає компактнішим і простішим в обслуговуванні й ремонті.

Технологічні:

- - для волоконних лазерів практично не вимагається таке технічне обслуговування, як налаштування, юстування, чищення та ін.;
- - допускає розміщення в звичайних робочих приміщеннях цехів без урахування спеціальних вимог;
- - компактність установок обумовлена тим, що лазер може займати зручне для роботи місцерозташування, навіть якщо воно знаходиться на значній відстані від місця обробки деталей;
- - можливість передачі випромінювання по світлопроводу;
- - термін роботи до 100000 годин, оскільки великого навантаження діоди і волокно не зазнають;
- - відсутність налагоджувальних операцій;
- - скляна оптика (використання скляних фокусуючих лінз) дозволяє понизити витрати на фокусуючу систему.

Лазер з ядерним накачуванням – це лазер, в якому збудження і створення інверсії в спеціальному лазерно-активному середовищі здійснюється продуктами ядерних реакцій. Найбільш перспективним бачиться використання як джерело енергії уламків поділу важких ядер. Принцип роботи лазера з накачуванням осколками ділення ядер показаний на рис.5.17.

Нейтрони **1**, проходячи через лазерно-активне середовище **4**, викликають поділ урану-235 **3**. Уламки поділу, потрапляючи в лазерно-активне середовище **4**, створюють рекомбінаційно нерівноважну ядерно-збуджуючу плазму й інверсію лазерних рівнів. Запасену в середовищі енергію можна вивести з лазерно-активного елементу за допомогою спеціальної оптичної системи, що складається з відбивного **6** і вихідного дзеркал **7**.

Ядерні реакції вивільняють приблизно в 10^8 разів більше енергії на одиницю маси, ніж хімічні. Тому невеликого шматка збагаченого урану розміром не більше тенісного м'яча вистачило б, щоб знищити

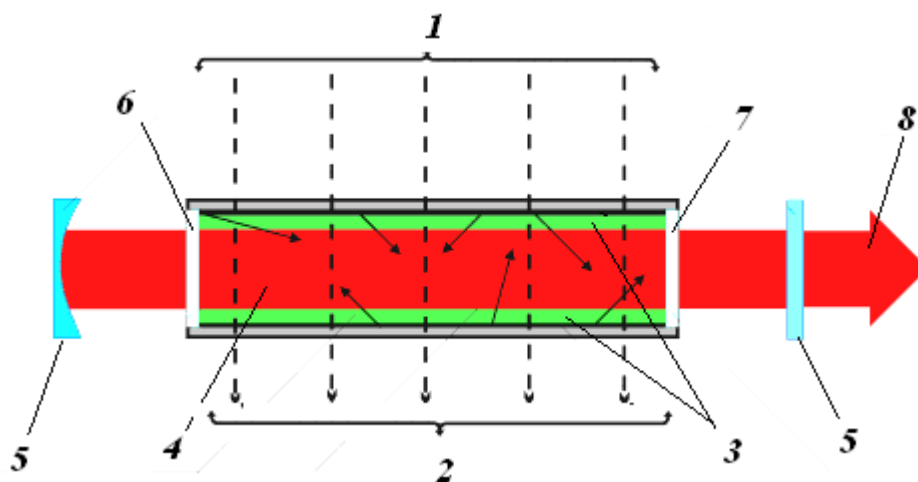


Рис.5.17. Лазер з ядерним накачуванням: 1 – потік нейтронів; 2 – осколки поділу; 3 – шар U^{235} ; 4 – лазерно-активне середовище; 5 – оптичні вікна; 6 – відбивне дзеркало; 7 – вихідне дзеркало; 8 – лазерний пучок.

ціле місто, незважаючи на те, що в енергію перетворюється усього 1% маси урану. Як ми вже говорили, існує безліч способів закачування енергії в робоче тіло лазера, а значить, і в лазерний пучок. Найпотужніший з цих способів – одночасно набагато потужніший, ніж усі інші, – полягає у використанні енергії вибуху ядерної бомби.

Величезне як військове, так і наукове значення мають *рентгенівські лазери*. Дуже маленька довжина хвилі рентгенівського випромінювання дозволяє використовувати такі лазери для зондування надмалих, близьких до атомних відстаней і дешифрування атомної структури складних молекул, що дуже складно робити звичайними методами. Можливість "бачити" атоми в русі та розрізняти їх розташування усередині молекули дозволяє повністю контролювати хімічні реакції.

Воднева бомба випускає величезну кількість енергії у вигляді рентгенівського випромінювання, тому рентгенівські лазери можна

накачувати енергією ядерного вибуху.

Ідею такого лазера пропонував ще у 1950-х роках Е. Теллер. Принципово рентгенівський лазер Теллера є невеликою ядерною бомбою, оточеною мідними стержнями. Вибух ядерного боєприпасу породжує сферичну вибухову хвилю інтенсивного рентгенівського випромінювання. Таке випромінювання високої енергії проходить через мідні стержні, які відіграють роль робочого тіла лазера і фокусують енергію рентгенівського випромінювання в потужні пучки, які згодом можна направити на певні дії. Звичайно, такий пристрій можна використовувати тільки один раз, оскільки ядерний вибух приведе до саморуйнування рентгенівського лазера.

Перше випробування рентгенівського лазера, що отримало назву "Тест Кабра", було проведене 1983 року. В підземній шахті була підірвана воднева бомба, а потім безладний потік рентгенівського випромінювання від неї був сфокусований і перетворений на когерентний рентгенівський лазерний пучок. Випробування були визнані успішними. Фактично саме цей успіх 1983 року надихнув президента Рейгана на історичну заяву про намір побудувати оборонний щит Америки. Так була запущена багатомільярдна програма будівництва мережі пристроїв, подібних до рентгенівських лазерів з ядерним накачуванням, для знищення можливих ворожих міжконтинентальних балістичних ракет.

5.8. Властивості лазерного випромінювання та його взаємодія з речовиною

Випромінювання лазерів відрізняється рядом унікальних особливостей. Для нього характерні:

- 1) висока монохроматичність ($\Delta\lambda \sim 0,1 \text{ \AA}$);

- 2) висока часова і просторова когерентність;
- 3) можливість досягнення великої інтенсивності;
- 4) вузька спрямованість пучка.

Кутова розбіжність світлового пучка, що генерується лазером, настільки мала, що, використовуючи телескопічне фокусування, можна отримати на місячній поверхні пляму світла діаметром всього лише 3 км. Велика потужність і вузька спрямованість пучка дозволяють при фокусуванні за допомогою лінзи отримати густину потоку енергії в 1000 разів вищу, ніж від фокусування сонячного світла. Пучки світла з такою високою густиною потужності можна використовувати для механічної обробки і зварювання металів, пластиків та інших матеріалів, для дії на хід хімічних реакцій і так далі.

Маючи величезну інтенсивність, лазерне випроміння в різних середовищах зумовлює так звані нелінійні оптичні ефекти. Лазерне проміння порушує закони лінійної оптики. Причина в тому, що напруженість електричного поля лазерного випромінювання може досягати 10^9 В/м, тобто досягати величини електричного поля ядра атома. Такі поля помітно впливають на величину діелектричної проникності, а тому і на величину показника заломлення середовища; проявляється ефект Керра (виникнення анізотропії під дією електричного поля), електрострикція та інші ефекти.

Середовище, в якому поширюється лазерне проміння, не залишається однорідним. Це призводить до порушення основного принципу лінійної оптики – *принципу суперпозиції*.

Одним з ефектів нелінійної оптики є *багатофотонне поглинання*. Виявляється, що при великій густині потоку фотонів можливе одночасне поглинання атомом двох і більше однакових фотонів, а значить мож-

ліві переходи електрона на енергетичний рівень, який виходить за межі *правила частот Бора*:

$$2 h \nu = E_2 - E_1. \quad (4.23)$$

Цей ефект призводить до порушення закону Стокса для люмінесцентного випромінювання. При розсіянні потужного лазерного випромінювання в рідинах і твердих тілах, крім падаючого світла з частотою ν , виникають оптичні гармоніки, тобто світло з кратними частотами 2ν , 3ν і т.д.. Це ж буває і при відбиванні лазерного пучка, причому напрям оптичних гармонік не збігається з напрямом відбитого променя.

Багатофотонне поглинання може зумовлювати нелінійний фотоефект, тобто виривання електронів з металу світлом, частота якого нижча за червону межу. Інакше кажучи, під дією лазерного світла великої інтенсивності червона межа фотоефекту зміщується у бік менших частот.

Зміна частоти світла при розсіюванні на молекулах була виявлена ще 1928 року видатними радянськими фізиками – Г.С. Ландсбергом і Л.І. Мандельштамом та незалежно від них, індійськими фізиками Ч. Раманом і К. Кришнаном. Це явище часто називають *раманівським*.

За квантовою теорією комбінаційне розсіювання пояснюється тим, що молекула в результаті взаємодії з фотоном енергією $h\nu_0$ переходить на інший енергетичний рівень. Новоутворений фотон внаслідок повернення електрона у початковий стан може мати енергію як $h(\nu_0 - \nu_1)$, так і $h(\nu_0 + \nu_1)$ (рис.5.17).

Таким чином, чим складніше організована матерія, що розсіює світло, тим насиченішою буде картина розсіювання світла.

Ефект розщеплення фотонів називають також параметричним розсіюванням світла. Воно було виявлено у 80-х роках ХХ ст. одночасно в трьох університетах – Московському, Стенфордському і Кор-

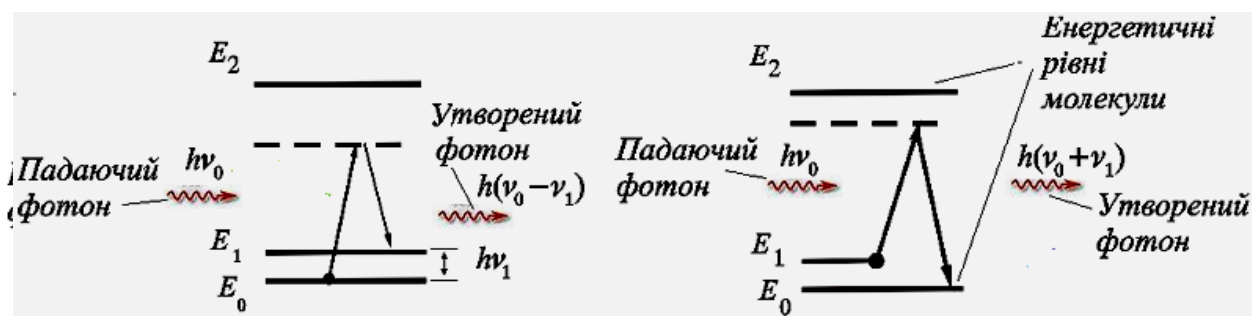


Рис. 5.17. Виникнення комбінаційного розсіяння світла за квантовою теорією. нельському. Суть цього ефекту полягає в тому, що при проходженні світлової хвилі змінюються оптичні властивості речовини внаслідок вимушених коливань електронів в електромагнітному полі хвилі. Тому для іншої світлової хвилі речовина стає неоднорідною, і хвиля частково розсіюється, тобто виникає третя хвиля, частота якої дорівнює різниці перших двох. Частота нової хвилі, що з'являється, залежить від напрямку її спостереження. Вона змінюється в широкому інтервалі довжин хвиль від ультрафіолетового світла до інфрачервоного залежно від кута випромінювання (рис.5.18, 5.19).

З точки зору квантової теорії цей ефект пояснюється «розщепленням» фотонів прохідного світла на пари фотонів (біфотони) з меншими енергіями, а умова синфазності має зміст закону збереження імпульсу. При параметричному розсіюванні фотони народжуються по двоє, вони немов би згру-

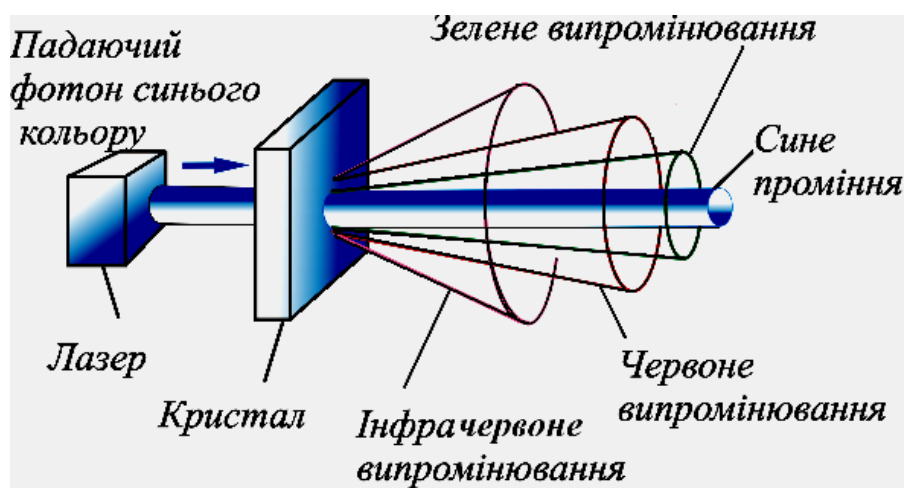


Рис. 5.18. Схема спостереження розщеплення когерентного світла.

повані у пари (рис.5.19).

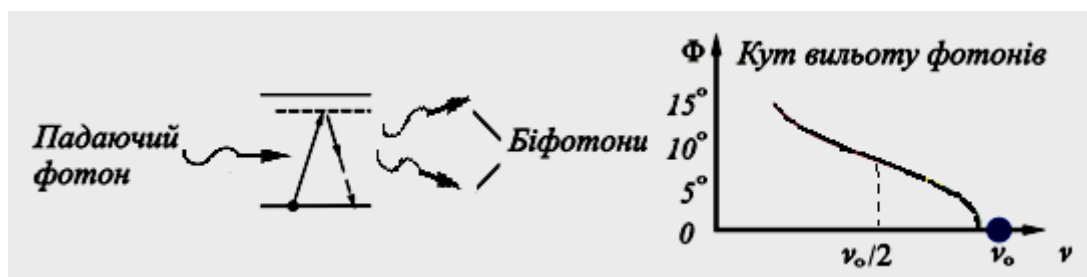


Рис.5.19. Квантове пояснення утворення біфотонів світла та розподіл частоти фотонів від кута вильоту.

Через рік після відкриття параметричного розсіювання світла в Ленінградському фізико-технічному інституті спостерігали аналогічний ефект за участю не одного падаючого фотона, а двох. Дуже цікаво, що цей ефект можливий і у повному вакуумі. Саме таку ситуацію, коли два падаючих пучки зводяться у вакуумі, називають *розсіюванням світла на світлі*. Взаємодія хвиль при цьому дуже слабка і повинна відбуватись за рахунок народження віртуальних електронів і позитронів, тобто «пробою» вакууму в сильному світловому полі. Іншими словами, вакуум тут повною мірою повинен виявляти себе як фізичне середовище. Однак, на жаль, розсіювання світла на світлі у повному вакуумі ще не спостерігалося.

Сьогодні параметричне розсіювання широко використовується для вимірювання оптичних характеристик кристалів, яскравості світла й ефективності фотодетекторів.

5.9. Використання лазерів у науці, техніці й медицині

5.9.1. Застосування лазерів у виробничих процесах

Дія тонко сфокусованого лазерного пучка на різні речовини (метали, діелектрики, напівпровідники, тонкі плівки та інше) дозволяє здійснювати різні фізичні та фізико-хімічні процеси в локалізованій зоні інтенсивного лазерного випромінювання. Це відкриває можливості для

реалізації таких процесів, як лазерне свердління отворів, лазерне різання, лазерне загартування, лазерне зварювання, лазерне скрайбування напівпровідникових пластин, лазерна підгонка резисторів тощо. В основі всіх цих процесів лежить локальна термічна дія гостро сфокусованого лазерного пучка на матеріали, а в основі цієї дії лежить поглинання лазерного випромінювання речовиною.

Здатність лазерного пучка здійснювати технологічні операції значною мірою залежить від можливості фокусувати його в пляму малого діаметру. Ця можливість визначається малою розбіжністю пучка. Розбіжність лазерних пучків визначається двома основними чинниками: складом поперечних мод і мірою термооптичних спотворень активного елементу. Мінімальну розбіжність мають одномодові пучки, проте з їх допомогою не вдається отримати велику потужність випромінювання з активного елементу. Тому в технології різання, паяння, зварювання нерідко використовуються багатомодові пучки, що мають помітно вищу розбіжність.

Для лазерних технологій отримали застосування різноманітні режими роботи лазерів:

- безперервний режим ($P=50\text{--}500$ Вт) отримав застосування для різання металів і діелектриків, для паяння елементів на друковані плати, термообробки, різання алмазів, маркування виробів тощо;
- імпульсний режим роботи ($f=10\text{--}50$ Гц) використовується для різання металів, зварювання, загартування, поверхневого наплавлення металу, балансування і реставрації деталей;
- імпульсний режим з модуляцією добротності резонатора застосовується для лазерного випарювання, імпульсного загартування, сублімації проб для спектрального і маспектрометричного аналізу.

Приклади використання твердотілих лазерів в технологіях. Безперервної дії лазер на АИГ-*Nd* ЛІТН–103 ($P_{\text{вих.}} = 250 \text{ Вт}$) та інші потужні безперервні лазери знайшли застосування в установках розкрою металевих і діелектричних матеріалів. Вони успішно конкурують з CO_2 -лазерами завдяки компактності, високій експлуатаційній надійності, малому діаметру пучка. На основі безперервного твердотілого лазера серії ЛІТН створені установки спрямованого терморозколювання скла, установки лазерного паяння мікросхем на плати друкованого монтажу. Це дозволяє паяти елементи з обох боків друкованої плати, а процес лазерного паяння добре піддається управлінню від ЕОМ, причому швидкість паяння в порівнянні з ручним режимом – у 10 разів вища.

Твердотілі лазери з імпульсним накачуванням отримали широке застосування для різання будь-яких тугоплавких матеріалів, зварювання, загартування. Так, установка "Квант–15" має середню потужність лазерного випромінювання до 200 Вт, енергію в імпульсі до 15 Дж. Вона дозволяє зварювати матеріали завтовшки до 1 мм зі швидкістю зварювання до 1 м/хв. Особливістю лазерного зварювання є локальна дія, що важливо для герметизації корпусів мікросхем, приварювання виводів до них, точкове загартування і тому подібне. Установка "Квант–15" використовується в стоматологічних поліклініках у процесі виробництва зубних протезів. За допомогою імпульсних лазерів можуть бути отримані отвори діаметром від 2 до 1000 мкм в кераміці, склі, фериті, металі й інших матеріалах. Енергія випромінювання для виконання отворів в матеріалі завтовшки 0,1–5 мм лежить в межах 0,1–10 Дж. Для підвищення точності форми отворів перспективне багатоімпульсне опромінення.

Твердотілі лазери з безперервним накачуванням і акустооптичною модуляцією добротності серії ЛТИ особливо широко використовуються в прецизійній технології, зокрема в мікроелектроніці. Лазер ЛТИ-502, що працює в режимі однієї поперечної моди, дає при фокусуванні цятку розміром близько 10 мкм, тому він використовується в багатьох тонких технологічних операціях.

Лазери ЛТИ з безперервним накачуванням знайшли широке застосування для підгонки номіналів резисторів і конденсаторів в мікросхемах (установки серії "Гібрид"). Цікаве застосування лазера ЛТИ-502 в установці маркування продукції. Тут випромінювання лазера з акустооптичною модуляцією добротності за допомогою двох електромеханічних дефлекторів формує графічну інформацію і здатна наносити написи висотою від 0,5 до 100 мм з максимальною швидкістю до 20 знаків за секунду. Маркування може наноситися на будь-яких матеріалах локальним випаровуванням тонкого шару речовини. За допомогою комп'ютера здійснюється управління затвором лазера і двома дефлекторами. Це дозволяє формувати написи, малюнки й інші графічні зображення програмними засобами.

5.9.2. Використання лазерів у медицині

Унікальні властивості лазерного випромінювання – монохроматичність, висока яскравість, велика потужність – визначили його широке використання в медицині. Сфокусований лазерний пучок високої інтенсивності може виконувати функції "лазерного скальпеля", випаровуючи біологічну тканину у вузькій зоні дії пучка. Лазерний скальпель має важливі переваги перед звичайним хірургічним скальпелем: ніколи «не тупиться», його різальні властивості визначаються параметрами лазера і конструкцією фокусуєної системи; безконтактний, не робить на

тканину механічної дії; має абсолютну стерильність, оскільки взаємодіє з тілом хворого тільки лазерне випромінювання, що нагріває зону дії до високої температури; безкровний або майже безкровний, оскільки лазерний пучок при розтині тканини коагулює краї рани і «заварює» дрібні кровеносні судини; рани від лазерного скальпеля швидше гояться, ніж від звичайного хірургічного скальпеля. Найбільшого поширення в медицині набули лазерні скальпелі на вуглекислотних газових лазерах, які є найбільш потужними.

За допомогою лазерних скальпелів успішно оперуються стравохід, шлунок, кишковик, жовчні шляхи, печінка, селезінка, зовнішні гнійні та опухолеві утворення. Останнім часом у зв'язку зі створенням ефективних твердотілих лазерів і високоякісних кварцевих світлопроводів широкий розвиток отримали ендоскопічні методи лазерної хірургії з підведенням потужного лазерного випромінювання всередину організму через гнучкий світлопровід, зазвичай поєднаний з ендоскопом. Враховуючи, що випромінювання CO_2 -лазерів не проходить через кварцеві світлопроводи, для цих цілей отримали широке застосування твердотільні лазери на гранаті з неодимом безперервної (середньої) потужністю до 100 Вт і більше.

У вітчизняній серійній універсальній лазерній хірургічній установці "Радуга-1" [22] джерелом випромінювання слугує лазер ЛТН-102 з максимальною потужністю 63 Вт. Для підсвічування операційного поля в установці використаний малопотужний He-Ne-лазер з довжиною хвилі 0,63 мкм. Установка використовується в загальній хірургії, онкології, гінекології, легеневій хірургії, урології та інших напрямках медицини. Установка має два кварцевих моноволоконних світлопроводи: один з газовим, другий з рідинним охолодженням. У першому випадку ви-

промінювання до біотканини підводиться безпосередньо з торця світлопровода. При цьому забезпечується можливість проведення операцій на відкритому операційному полі й усередині порожнистих органів (легені, трахея, бронхи). У другому випадку – випромінювання підводиться до тканин струменем рідини, що є продовженням світлопровода. При цьому забезпечується проведення операцій в органах, заповнених біологічними рідинами.

Широко й успішно використовуються твердотілі лазери в офтальмології. Око як оптичний прилад доступний дії лазерного випромінювання видимого і ближнього ІЧ-діапазонів. Можливе оперативне втручання без допомоги звичайних хірургічних інструментів. З числа хвороб очей лікуванню за допомогою лазерів різних типів піддається глаукома – порушення нормального зору із-за підвищення внутрішньоочного тиску. Створення малих отворів у райдужній оболонці ока за рахунок мікровибуху сфокусованого лазерного випромінювання вирівнює внутрішньоочний тиск і дає хороший лікувальний ефект. Досить поширеною офтальмологічною операцією є лазерне "приварювання" сітківки.

Важливим напрямом медичних застосувань твердотільних лазерів є стоматологія. На відміну від бормащини свердління лазерним пучком, уражених карієсом зубів, отворів під пломби не супроводжується больовими відчуттями. Широке застосування отримала лазерна технологія в зубному протезуванні. Використовуючи лазерні імпульсні установки типу «Квант – 15», вдається ефективно зварювати конструкції зубних протезів з високоміцної і корозійностійкої сталей. Лазерне зварювання дозволяє також здійснювати ремонт і реконструкцію протезів.

Останнім часом широке терапевтичне застосування отримує мало-

інтенсивне лазерне випромінювання від *Ne-He*- і напівпровідникових лазерів. Низкоінтенсивне випромінювання дає лікувальний ефект на трофічних виразках, захворюваннях ясен, використовується як знеболюючий засіб при онкологічних операціях, дає дію на чутливі точки організму (лазерна акупунктура) і тому подібне. Для аналогічних цілей великий інтерес представляють малогабаритні твердотілі лазери з накачуванням напівпровідниковими лазерами, що дають імпульсне випромінювання на довжинах хвиль 1,32; 1,06; 0,66; 0,53; 0,45; 0,35; 0,26 мкм. Дія випромінювання таких лазерів на організм людини дає лікарям новий потужний лікувальний чинник.

5.9.3. Лазери у військовій техніці

Здатність твердотілих лазерів накопичувати енергію збудження в активному середовищі та віддавати її у вигляді короткого потужного імпульсу випромінювання в режимі модульованої добротності давно й успішно використовується в різних системах лазерної локації. Наприклад, для лазерів АИГ-Nd при накачуванні близько 10 Дж легко досягається енергія випромінювання ~100 мДж при тривалості імпульсу 10 нс, при цьому досягається пікова потужність

$$P=E/t=10^{-1} \text{ Дж}/10^{-8} \text{ с}=10^7 \text{ Вт}.$$

Використовуючи імпульси такої потужності, можна створювати ефективні системи ближньої локації та дальнометрії, що працюють на відстанях близько 10–30 км.

Створення систем оптичної локації великих відстаней (до 300 км) стримується поглинанням оптичного випромінювання в атмосфері в різних метеоумовах, низьким ККД лазерів у порівнянні з СВЧ-генераторами і низькою чутливістю приймальних пристроїв в оптичному діапазоні, наявністю сильних фонових засвічень (випромінювання

Сонця, відбивання від поверхні Місяця, інших планет і земних джерел).

У лазерних імпульсних далекомірах, як і в радіолокаторах, дальність до цілі D визначається часом t затримки лазерного імпульсу, відбитого від цілі та прийнятого приймачем відносно випроміненого імпульсу: $D = ct/2$. Точність вимірювання визначається точністю вимірювання часу затримки t і тривалістю випромінюваного і відбитого імпульсів. Для плоскої цілі, розташованої перпендикулярно променю, тривалість випроміненого і прийнятого імпульсів співпадає. Для $\tau=10$ нс відповідна похибка $\Delta D=1,5$ м. Така точність вимірювання характерна для більшості далекомірів. Якщо ціль розташована під кутом до лазерного пучка, то різні її ділянки мають різну дальність, тому ширина відбитого імпульсу і похибка вимірювання зростають.

Найважливішою властивістю лазерного випромінювання, використовуваного в лазерних далекомірах, є мала розбіжність лазерного пучка $\sim 18'$. При цьому лазерний пучок після проходження відстані у 5 км розширюється до 0,5 м, що дозволяє спрямувати його досить точно на вимірюваний об'єкт, залишивши неосвітленими інші навколишні предмети. Лазерний метод наведення на ціль забезпечує враження цілей малих розмірів (автомобілів, танків, окремих будівель, мостів тощо) з першого пострілу. Уперше лазерні приціли було використано збройними силами США під час війни у В'єтнамі у кінці 60-х років XX століття.

Нині лазерними імпульсними далекомірами оснащені танки, бронемашини, бойові пости корабельної артилерії. Як правило, в прицілах і далекомірах використовуються лазери типу АІГ-Nd на довжині хвилі 1,06 мкм. Проводяться також роботи із заміни лазерних далекомірів на більш довгохвильові (1,5-1,7 мкм), менш небезпечні для очей оператора.

Для дослідження космосу використовуються імпульсні далекоміри для надвеликих дистанцій. Так, були створені рубінові лазерні далекоміри для дослідження та вимірювань параметрів орбіт штучних супутників Землі та здійснення наукових експериментів з лазерної локації Місяця ($D \approx 400000$ км).

Потужне імпульсне випромінювання лазерів АИГ-*Nd* з перетворенням випромінювання ІЧ-діапазону у випромінювання другої гармоніки ($\lambda=0,53$ мкм) отримало застосування в системах підводного бачення. Річ у тому, що найкраща прозорість морської води лежить в синьо-зеленому діапазоні спектра ($\sim 0,5$ мкм), а випромінювання 2-ої гармоніки АИГ-*Nd*-лазерів потрапляючи в цей діапазон і дозволяє створити системи спостереження із стробуванням. Суть стробування фотоприймального пристрою (електронно-оптичного перетворювача або приймальної телевізійної трубки) полягає в подачі напруги живлення в заданий час після проходження відбитого і розсіяного від ближніх шарів води світла. Використання стробування і освітлення лазером зеленого світла тривалістю імпульсів близько 10 нс дозволяє збільшити дальність дії системи спостереження в 2-3 рази порівнянно з прожекторними системами.

Лазерні системи протидії. Енергія, що випромінюється твердотілими лазерами на кристалах, недостатня для створення систем лазерної зброї, що часто обговорюється в пресі у зв'язку з програмою «СОИ». Вона суттєво поступається енергіям хімічних, газодинамічних або лазерів на неодимовому склі. Тому твердотілі лазери на кристалах можуть використовуватися лише як засоби протидії оптичним системам наведення, спостереження і розвідки.

5.9.4. Використання лазерів в наукових дослідженнях

Лазери широко використовуються в різноманітних наукових дослідженнях, таких як спектроскопічні дослідження речовини, включаючи оптичну і маспектроскопію, спектроскопію різних видів розсіювання (комбінаційного, теплового, мандельштам-бриллюєнівського, як спонтанного, так і вимушеного); дослідження швидкоплинних процесів, у тому числі в збуджених станах атомів і молекул, що лежать в діапазонах нано-, піко- і фемтосекундної тривалості; дистанційні дослідження атмосфери, води річок, озер, морів і океанів, екологічні дослідження тощо.

Розглянемо як приклад один важливий напрям застосування лазерів на кристалах їх для створення лазерно-плазмового джерела рентгенівських променів. Необхідність у такому джерелі виникла з потреб рентгенолітографії для створення субмікронних елементів мікросхем. Можливості фотолітографії обмежуються дифракцією світла, тому перехід до субмікронних розмірів елементів вимагає переходу в діапазон рентгенівського випромінювання. Одним з основних питань, що виникають при створенні рентгенолітографічних установок, є вибір джерела рентгенівського випромінювання. Оптимальний діапазон довжин хвиль випромінювання складає 0,4-5 нм, при цьому пучок випромінювання повинен володіти високою потужністю. Найбільшою мірою цим вимогам задовольняє джерело синхротронного випромінювання, проте із-за значної вартості синхротрона такі джерела не набули поширення.

Традиційні методи отримання рентгенівського випромінювання за допомогою рентгенівських трубок, в яких випромінювання виникає при дії на анод сфокусованого пучка електронів, не забезпечують достатньої для рентгенолітографії роздільної здатності.

Нові можливості в галузі рентгенолітографії відкриваються при

використанні як джерела м'якого рентгенівського випромінювання плазми, яка утворюється при дії сфокусованого лазерного випромінювання на тверду мішень. У цьому випадку при густині потоку лазерного випромінювання на мішені 10^{12} - 10^{14} Вт/см² в області, співрозмірній з розмірами плями фокусування, відбувається утворення багатозарядних іонів і виникає рентгенівське випромінювання за рахунок випромінювальної рекомбінації та переходів на внутрішніх оболонках іонів з випусканням випромінювання з лінійчастим спектром.

Питання для самоперевірки

1. У чому відмінність спонтанного та вимушеного випромінювання?
2. Як пов'язані коефіцієнти спонтанного та вимушеного випромінювання?
3. Що розуміють під інверсною заселеністю енергетичних рівнів та чому вона необхідна для одержання підсилення у квантовій системі?
4. Назвіть основні елементи лазера.
5. Поясніть принцип роботи твердотілого лазера.
6. Як виникає вимушена генерація у газових лазерах?
7. Які умови виникнення лазерної генерації у *p-n*-переходах напівпровідників?
8. Чим специфічний принцип генерації вимушеного випромінювання у лазерах на фарбниках?
9. Яким методом можна одержати інверсну заселеність енергетичних рівнів у двохрівневій системі?
10. Чому деякі лазери працюють неперервно, а деякі – імпульсно?
11. Що таке волоконні лазери та який їхній принцип роботи?
12. Якими властивостями володіє лазерне випромінювання?
13. Чому «лазерний скальпель» кращий від традиційного хірургічного?
14. Чим лазерне виготовлення деталей шляхом різання набагато краще, ніж наприклад метод електричної дуги?
15. Які перспективи використання лазерів у промисловості? науці? медицині?

Задачі до розділу 5

1. Чому лазерна генерація можлива тільки у квантових системах, що мають більше, ніж два енергетичних рівні?
2. Визначте коефіцієнт вимушеного випромінювання B , якщо коефіцієнт спонтанного випромінювання дорівнює 10^8 с^{-1} .
3. Ймовірність переходу A_{nm} дорівнює $2 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$. Знайдіть час життя частинки у збудженому стані та ширину енергетичного рівня.
4. Лазер потужністю 1 мВт випромінює світло з довжиною хвилі 680 нм. Знайдіть потік квантів випромінювання.
5. Атом ртуті спонтанно випромінює хвилі довжиною 253 нм, а середній час життя атомів ртуті у збудженому стані – 0,098 мкс. Визначити кількість збуджених атомів ртуті, якщо потужність випромінювання дорівнює 10 мВт.
6. Перехід атомів водню до основного стану супроводжується випромінюванням хвиль довжиною 656,2 нм. За який час інтенсивність спонтанного випромінювання деякої маси водню зменшиться в $2e$ разів? Коефіцієнт Ейнштейна для даного переходу $A=6,7 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$.
7. Газоподібний літій, що містить $3 \cdot 10^{16}$ атомів, перебуває при температурі 1500 К. Переходячи зі стану $2p$ у стан $2s$ він випромінює на довжині хвилі 670,8 нм, а час його життя у збудженому стані близький до 0,07 мкс. Визначити потужність випромінювання цієї лінії.
8. Користуючись формулою Ейнштейна для вимушеного випромінювання, оцініть спектральну густину випромінювання рубінового лазера на довжині хвилі 720 нм, якщо він працює при температурі 300 К. На скільки зміниться довжина хвилі випромінювання, якщо робоче тіло лазера нагріється на 10 К? (Вважати спектральну густину випромінювання сталою).
9. Знайдіть ширину забороненої зони монокристалу GaAs, якщо лазер, виготовлений на його основі, працює на довжині хвилі 0,71 мкм при кімнатній температурі. У яку сторону спектра зміниться довжина випромінювання цього лазера, якщо робочий кристал охолоджувати рідким азотом (77 К)? Температурний коефіцієнт ширини забороненої зони для цього напівпровідника $\alpha=1,01 \cdot 10^{-22} \text{ Дж/К}$.
10. Світлодалекоміри вимірюють відстані за часом проходження цих відстаней світлом. Для цього треба лише знати швидкість світла у даному середовищі ($v = \frac{c}{n}$). Поясніть, чому використання лазерних далекомірів значно підвищило точність вимірювання відстаней.

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЗЧИК

- аморфні тіла, 7
анізотропія, 7
анізотропія магнітна, 126
антиферромагнетики, 28,131
- база, 189
Барнетта ефект, 109
Блоха функція, 47
Бора теорема, 100
Брілюєна зона, 48
- валентна зона, 51
відносна діелектрична проникність, 78
відношення гіромагнітне, 103
вільна зона, 51
випромінювання вимушене, 195
випромінювання спонтанне, 195
власна фотопровідність, 166
вольтамперна характеристика, 188
- газ фононний, 31
гальваномагнітні явища, 104
Гамільтона оператор, 38
генератор квантовий, 209
гетеролазери, 211
гіромагнітне відношення, 103
гістерезис, 124
головне квантове число, 27
група трансляції, 10
- дефекти лінійні, 24
дефекти поверхневі, 25
дефекти точкові, 24
діамагнетизм, 112
діамагнетики, 28
діелектрика пробій, 90
діелектрики, 28
діелектрики активні, 79
діелектрики іонні, 72
діелектрики неполярні, 71
діелектрики полярні, 72
- дірка, 54
дислокації, 25
дозволена зона, 43
домени, 82, 125
домішка акцепторна, 59
домішка донорна, 59
дослід Ейнштейна-де Гааза, 105
дослід Штерна-Герлаха, 102
- Ейнштейна-де Гааза дослід, 105
електрони валентні, 27
електропровідність, 65
електрострикція, 85
емітер, 189
енергією іонізації, 60
енергія збудження, 62
ефект Барнетта, 109
ефект де Хааза-ван Альфена, 117
ефект магнітоелектричний, 136
ефект піроелектричний, 89
ефект термоелектричний, 181
ефект тунельний, 46
ефект фоторезистивний, 166
ефект Холла, 178
ефективна маса, 56
ефективний час життя, 171
- заборонена зона, 43
закон Бугера-Ламберта, 200
закон діючих мас, 152
захоплення носія заряду, 62
зона Брілюєна, 48
зона валентна, 51
зона вільна, 51
зона енергетична, 46
зона провідності, 54
- ізолятори, 53
індекси Мілерра, 19
індекси напрямів, 18
- кванти, 29

квантовий вихід, 172
квантова електроніка, 194
коерцитивна сила, 125
коллектор, 189
кристал, 8
кристалічні тіла, 7
кристали атомні, 15
кристали іонні, 16
кристали квантові, 29
кристали металеві, 16
кристали молекулярні, 17

лазер, 196
лазер волоконний, 222
лазер газовий, 204
лазер з ядерним накачуванням, 227
лазер інжекторний, 209
лазер напівпровідниковий, 206
лазер рентгенівський, 228
лазер рідинний, 213
лазер твердотільний, 201
Лармора прецесія, 114

Магнетики, 98
магніти постійні, 99
магнітне охолодження, 122
матеріали електроізоляційні, 95
метали, 27
моди, 31
монокристал, 13
момент екстракції, 170

наближення адіабатне, 39
накачування (лазера), 202
намагнічування магнетика, 98
напівпровідники, 28
напівпровідник акцепторний, 152
напівпровідник власний, 64
напівпровідник домішковий, 64
напівпровідник донорний, 150
напівпровідник вироджений, 147
напівпровідник неvirоджений, 146
Неєля температура, 133
неосновні носії заряду, 67

нерівноважні носії заряду, 165
носії струму власні, 66
носії струму домішкові, 65

об'ємний час життя, 170
область виснаження домішки, 154
орбітально-квантове число, 27
основні носії заряду, 67

парамагнетизм, 118
парамагнетизм паулевого типу, 129
парамагнетики, 28, 118
п'єзоелектрика, 84
п'єзомодуль, 86
п'єзомагнетизм, 136
підсилення параметричне, 222
піроелектрика, 87
p-n-перехід, 183
поверхневий час життя, 170
поглинання багатофотонне, 230
подвоєння частоти, 221
полікристал, 12
поліморфізм, 13
поляризованість, 73, 76
поляризація дипольна, 74
поляризація залишкова, 83
поляризація електронна, 73
поляризація іонна, 75
постійна часу релаксації, 101
правило частот Бора, 231
пробій електротепловий, 93
пробій електрохімічний, 93
проникність магнітна, 112

раманівське розсіяння, 231
рекомбінація, 63, 169
релаксація фотопровідності, 175
решітка просторова, 9
рівень Фермі, 51
рівноважні носії заряду, 73
розсіювання параметричне, 233
розсіяння носіїв, 84, 85

сегнетоелектрики, 80

симетрія, 9
 симетрія трансляції, 10
 симетрії операція, 10
 сингонія, 10
 спінове квантове число, 27
 сприйнятливість діамагнітна, 115
 сприйнятливість магнітна, 111
 стала Холла, 180
 ступінь поляризації, 75

 температура Дебая, 35
 термістор, 89
 термоелектричний ефект, 107
 терморезистор, 89
 точка Кюрі, 28,81
 транзистор, 188

 центри прилипання, 168
 центри рекомбінації, 168

 час життя вільного носія, 170
 час релаксації, 155

 шар валентний, 27
 ширина забороненої зони, 43
 Штарка ефект, 42
 Штерна-Герлаха дослід, 102

 Холла ефект, 178
 Холла стала, 106

 Фермі-Дірака статистика, 52
 Фермі рівень, 51
 Ферити, 123
 феромагнетики, 28, 123
 фігури Біттера, 138
 фонони, 30
 фонони акустичні, 34
 фотопровідність власна, 166
 фотопровідність негативна, 167
 фоторезистивний ефект, 166
 фоточутливість, 176
 функція Блоха, 47

 явища гальваномагнітні, 178

Література

Основна:

1. Блейкмор Дж. Физика твердого тела / пер. с англ. Д.Г. Андрианова, В.И. Фистуля. – М.: Мир, 1988. – 608 с.
2. Бушманов Б.И., Хромов Ю.А. Физика твердого тела. – М.: Высшая школа, 1971. – 221 с.
3. Вонсовский С.В. Магнетизм. – М.: Наука, 1971. – 1030 с.
4. Гинзбург И.Ф. Введение в физику твердого тела. ч. 1. – Новосибирск: НГУ, 2003. – 218 с.
5. Звелто О. Принципы лазеров / Пер. с англ. – 3-изд. – М.: Мир, 1990. – 560 с.
6. Зеегер К. Физика полупроводников. – М.: Мир, 1977. – 629 с.
7. Калинин Н.Н и др. Электрорадиоматериалы – М.: Высшая школа, 1981. – 293 с.
8. Киреев П.С. Физика полупроводников. – М.: Высшая школа., 1969. – 592 с.
9. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела/ Пер. с англ. А.А. Гусева, А.В. Пахнева: под ред. А.А. Гусева. – М.: Наука, 1978. – 792 с.
10. Лазерный контроль атмосферы / Под ред. Г. Хинкли. – М.: Мир, 1979. – 119 с.
11. Лившиц Б.Г., Крапошин В.С., Линецкий Я.Л. Физические свойства металлов и сплавов. / Под ред. Б.Г. Лившица. – М.: Metallurgy, 1980. – 320 с.
12. Микаэлян А.Л., Тер-Микаэлян М.Л., Турков Ю.Г. Оптические генераторы на твердом теле. – М.: Советское радио, 1977. – 384 с.
13. Павлов П.В., Хохлов А.Ф. Физика твердого тела. – М.: Высшая школа, 1985. – 384 с.
14. Пантел Л., Путхоф Г. Основы квантовой электроники / Пер. с англ.: под ред. Ю.А. Ильинского. – М.: Мир, 1972. – 384 с.
15. Реди Дж. Промышленные применения лазеров. – М.: Мир, 1981. – 638 с.
16. Ридли Б. Квантовые процессы в полупроводниках/ Пер с англ. – М.: Мир, 1986. – 304 с.
17. Смит Р. Полупроводники/ Пер. с англ. – М.: Мир, 1982. – 560 с.
18. Тарасов Л.В. Лазеры и их применение. – М.: Радио и связь, 1983. – 152 с.
19. Тарасов Л.В. Физика процессов в генераторах когерентного излучения. – М.: Радио и связь, 1981. – 440 с.
20. Уэрт Ч., Томсон Р. Физика твердого тела / пер. с англ. А.С.Пахомова, Б.Д. Сумма: под ред. С.В. Тябликова. – М.: Мир, 1969. – 558 с.
21. Шалимова К.В. Физика полупроводников. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 392 с.
22. Федоров Б.Ф. Лазеры. Основы устройства и применение. – М.: ДОСА-АФ, 1988. – 190 с.

Додаткова:

23. Белоногова Е.К., Шавкунов С.В. Перестраиваемые лазеры. / Обзоры по электронной технике. Сер.11. Лазерная техника и оптоэлектроника – М.: ЦНИИ «Электроника», 1985. – вып.1. – 32 с.
24. Фізика: Конспект лекцій /Укладач О.В. Лисенко. – Суми: Вид-во СумДУ, 2010. – ч.2. – 242 с.
25. Бломберген Н. Нелинейная оптика./ Пер. с англ.: под ред. С.А.Ахманова, Р.В. Хохлова. – М.: Мир, 1966. – 210 с.
26. Бонч-Бруевич В.Л., Звягин И.П., Карпенко И.В., Миронов А.Г. Сборник задач по физике полупроводников. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 144 с.
27. Гаркуша І.П., Горбачук І.Т., Курінний В.П., Кучерук І.М., Певзнер М.Ш. Загальний курс фізики. Збірник задач / За ред. І.П. Гаркуші. – К.: Техніка, 2003. – 557 с.
28. Жукарев А.С., Матвеев А.Н., Петерсон В.К. Задачи повышенной сложности в курсе общей физики / Под. ред. А.М. Матвеева. – М.: Эдиториал, 2001. – 192 с.
29. Задачи по физике твердого тела / Пер. с англ.: под ред. А.А. Гусева, М.П. Школьской. – М.: Наука, 1976. – 432 с.
30. Кронин Дж., Гринберг Д., Телегди В. Сборник задач по физике / Пер. с англ.: под ред. П.А. Крупчицкого. – М.: Атомиздат, 1975. – 336 с.
31. Орлов В.А. Лазеры в военной технике. – М.: Воениздат, 1986. – 176 с.
32. Справочник по лазерам / Пер. с англ.: под ред. А.М. Прохорова. – М.: Советское радио, 1978, т. 1. – 504 с.; т 2. – 400 с.

ДОДАТКИ

Додаток 1. Фундаментальні фізичні сталі

Назва величини	Позначення	Значення величини
Універсальні сталі		
Швидкість світла у вакуумі	c	$299\,692\,458\text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$
Магнітна стала	μ_0	$4\pi\cdot 10^{-7}\text{ Гн/м} = 12,566\,370\,614\ldots\cdot 10^{-7}\text{ Гн/м}$
Електрична стала	ε_0	$8,854\,187\,817\ldots\cdot 10^{-12}\text{ Ф}\cdot\text{м}^{-1}$
Стала Планка	h	$(6,626\,0755 \pm 0,000\,0040)\cdot 10^{-34}\text{ Дж}\cdot\text{с}$
Стала Дірака	\hbar	$(1,054\,572\,66 \pm 0,000\,000\,63)\cdot 10^{-34}\text{ Дж}\cdot\text{с}$
Електромагнітні сталі		
Елементарний заряд	e	$(1,602\,177\,33 \pm 0,000\,000\,49)\cdot 10^{-19}\text{ Кл}$
Магнетон Бора	μ_B	$(9,274\,0154 \pm 0,000\,0031)\cdot 10^{-24}\text{ Дж}\cdot\text{Тл}^{-1}$
Ядерний магнетон	μ_N	$(5,050\,7866 \pm 0,000\,0017)\cdot 10^{-27}\text{ Дж}\cdot\text{Тл}^{-1}$
Атомні сталі		
Стала Рідберга	R_∞	$10\,973\,731,534 \pm 0,013\text{ м}^{-1}$
Борівський радіус	a_0	$(0,529\,177\,249 \pm 0,000\,000\,024)\cdot 10^{-10}\text{ м}$
Електрон		
Маса спокою електрона	m_e	$(9,109\,3897 \pm 0,000\,0054)\cdot 10^{-31}\text{ кг}$
Відношення заряду електрона до його маси	e/m	$(-1,758\,819\,62 \pm 0,000\,000\,53)\cdot 10^{11}\text{ Кл}\cdot\text{кг}^{-1}$
Класичний радіус електрона	r_e	$(2,817\,940\,92 \pm 0,000\,000\,38)\cdot 10^{-15}\text{ м}$
Магнітний момент електрона	μ_e	$(928,477\,01 \pm 0,000\,31)\cdot 10^{-26}\text{ Дж}\cdot\text{Тл}^{-1}$
Протон		
Маса спокою протона	m_p	$(1,672\,6231 \pm 0,000\,0010)\cdot 10^{-27}\text{ кг}$
Нейтрон		
Маса спокою нейтрона	m_n	$(1,674\,9286 \pm 0,000\,0010)\cdot 10^{-27}\text{ кг}$

Додаток 2. Швидкість звуку в твердих тілах ($t = 20^\circ\text{C}$)

Речовина	Швидкість поздовжньої хвилі, м/с	
	у стрижнях	у необмеженому середовищі
Алюміній	5080	6260
Мідь	3710	4700
Свинець	1200	2160
Срібло	2640	3600
Сталь	5050	6100
Цинк	3810	4170

Додаток 3. Характеристики деяких сегнетоелектриків

Кристал	Формула	Точка Кюрі T_c , $^\circ\text{C}$	Максимальна спонтанна поляризація P_s , мкКл $\times\text{см}^{-2}$
Титанат барію	BaTiO_3	133	25
Сегнетова сіль	$\text{KNaC}_4\text{H}_4\text{O}_6$	—18; 24	0,25
Трігліцинсульфат	$(\text{NH}_2\text{CH}_2\text{COOH})_x\text{H}_2\text{SO}_4$	49	2,8
Дігідрофосфат калію	KH_2PO_4	—150	5,1
Дідейтерофосфат калію	KD_2PO_4	—51	6,1
Фторбериллат амонію	$(\text{NH}_4)_2\text{BeF}_4$	—97	0,15
Молібдат гадолінію	$\text{Cd}_2(\text{MoO}_4)$	159	0,18
Ніобат літію	LiNbO_3	1210	50
Титанат вісмуту	$\text{Bi}_4\text{Ti}_3\text{O}_{12}$	675	—

Додаток 4. Значення пробивної напруженості деяких діелектриків

Матеріал	Пробивна напруженість, кВ/мм
Папір, просочений парафіном	10,0 – 25,0
Повітря	3,0
Масло мінеральне	6,0 – 15,0
Мармур	3,0 – 4,0
Електрокартон	9,0 – 14,0
Слюда	80,0 – 200,0
Скло	10,0 – 40,0
Фарфор	6,0 – 7,5
Шифер	1,5 – 3,0

Додаток 5. Магнітна сприйнятливність деяких діамагнетиків
(за нормальних умов)

Речовина	Магнітна сприйнятливність, $\chi \cdot 10^{-6}$
Азот, N_2	-12,0
Водень, H_2	-4,0
Германій, Ge	-7,7
Кремній, Si	-3,1
Вода, H_2O	-13,0
Поварена сіль, $NaCl$	-30,3
Гліцерин, $C_3H_8O_3$	-57,1

Додаток 6. Дебаївська температура

Метал	θ_D , К	Метал	θ_D , К
Бісмут	120	Літій	400
Бор	1250	Магній	318
Вуглець	1860	Свинець	88
Калій	100	Срібло	215

Додаток 7. Ширина забороненої зони (енергія активації)
напівпровідників

Речовина	Чиста E_g , еВ	з домішкою		
		Бору E_g , еВ	Індію E_g , еВ	Арсену E_g , еВ
Германій, <i>Ge</i>	0,67	0,1	0,011	0,013
Силіцій, <i>Si</i>	1,12	0,046	0,16	0,049
Селен, <i>Se</i>	1,87	—	—	—

Додаток 8. Деякі сталі числа й наближені формули

Сталі числа	Наближені формули (при $x < 1$)
$\pi = 3,1416$	$(1 \pm x)^n \approx 1$, де $1 \pm nx$
$\pi^2 = 9,8696$	$e^x \approx 1 + x$
$\sqrt{\pi} = 1,7725$	$\ln(1 + x) \approx x$
$e = 2,7183$	$\sin x \approx x$
$\lg e = 0,4343$	$\cos x \approx 1 - x^2/2$
$\ln 10 = 2,3026$	$\operatorname{tg} x \approx x$

Періоди	ГРУПИ				
	I	II	III	IV	V
1	H 1 ГІДРОГЕН 1,0079 Водень 1				
2	Li 3 ЛІТІЙ 6,941 2	Be 4 БЕРИЛІЙ 9,0122 2	B 5 БОР 10,811 3	C 6 КАРБОН, Вуглець 12,011 4	N 7 НІТРОГЕН, АЗОТ 14,007 5
3	Na 11 НАТРІЙ 22,990 2	Mg 12 МАГНІЙ 24,305 2	Al 13 АЛЮМІНІЙ 26,981 3	Si 14 СИЦІЛІЙ 28,086 4	P 15 ФОСФОР 30,973 5
4	K 19 КАЛІЙ 39,098 2	Ca 20 КАЛЬЦІЙ 40,08 2	Sc 21 СКАНДІЙ 44,956 2	Ti 22 ТИТАН 47,88 2	V 23 ВАНАДІЙ 50,942 2
	Cu 29 КУПРУМ, Мідь 63,546 2	Zn 30 ЦИНК 65,39 2	Ga 31 ГАЛІЙ 69,72 2	Ge 32 ГЕРМАНІЙ 72,59 2	As 33 АРСЕН 74,922 2
5	Rb 37 РУБІДІЙ 85,468 2	Sr 38 СТРОНЦІЙ 87,62 2	Y 39 ІТРИЙ 88,906 2	Zr 40 ЦИРКОНІЙ 91,22 2	Nb 41 НІОБІЙ 92,906 2
	Ag 47 АРГЕНТУМ, Срібло 107,87 2	Cd 48 КАДМІЙ 112,41 2	In 49 ІНДІЙ 114,82 2	Sn 50 СТАНУМ, Олово 118,71 2	Sb 51 СТИБІЙ 121,75 2
6	Cs 55 ЦЕЗІЙ 132,91 2	Ba 56 БАРІЙ 137,33 2	*La 57 ЛАНТАН 138,91 2	Hf 72 ГАФНІЙ 178,49 2	Ta 73 ТАНТАЛ 180,95 2
	Au 79 АУРУМ, Золото 196,97 2	Hg 80 МЕРКУРІЙ, Ртуть 200,59 2	Tl 81 ТАЛІЙ 204,38 2	Pb 82 ПЛЮМБУМ, Свинць 207,2 2	Bi 83 БІСМУТ 208,98 2
7	Fr 87 ФРАНЦІЙ [223] 2	Ra 88 РАДІЙ 226,02 2	**Ac 89 АКТИНІЙ [227] 2	Rf 104 РЕЗЕРФОРДІЙ [261] 2	Db 105 ДУБНІЙ [262] 2

* ЛАНТАНОЇДИ

58 Ce 20 18 8 2 140,12 ЦЕРІЙ	59 Pr 21 18 8 2 140,908 ПРАЗЕОДИМ	60 Nd 22 18 8 2 144,24 НЕОДИМ	61 Pm 23 18 8 2 [147] ПРОМЕТІЙ	62 Sm 24 18 8 2 150,36 САМАРІЙ	63 Eu 25 18 8 2 151,96 ЄВРОПІЙ	64 Gd 26 18 8 2 157,25 ГАДОЛІНІЙ
--	---	---	--	--	--	--

** АКТИНОЇДИ

90 Th 2 10 18 32 18 8 2 232,04 ТОРІЙ	91 Pa 2 9 20 32 18 8 2 [231] ПРОТАКТИНІЙ	92 U 2 9 21 32 18 8 2 238,03 УРАН	93 Np 2 9 22 32 18 8 2 [237] НЕПТУНІЙ	94 Pu 2 8 24 32 18 8 2 [244] ПЛУТОНІЙ	95 Am 2 8 25 32 18 8 2 [243] АМЕРИЦІЙ	96 Cm 2 9 25 32 18 8 2 [247] КЮРІЙ
--	--	---	---	---	---	--

Періоди	ЕЛЕМЕНТИВ					
	V I		V II		V III	
1			(H)		2 He 4,0026 ГЕЛІЙ	
2	8 O 15,999 ОКСИГЕН, Кисень	9 F 18,998 ФЛЮОР, Фтор			10 Ne 20,179 НЕОН	
3	16 S 32,066 СУЛЬФУР, Сірка	17 Cl 35,453 ХЛОР			18 Ar 39,948 АРГОН	
4	Cr 24 51,996 ХРОМ	Mn 25 54,938 МАНГАН	Fe 26 55,847 ФЕРУМ, Залізо	Co 27 58,933 КОБАЛЬТ	Ni 28 58,70 НИКЕЛЬ	
	34 Se 78,96 СЕЛЕН	35 Br 79,904 БРОМ			36 Kr 83,80 КРИПТОН	
5	Mo 42 95,94 МОЛИБДЕН	Tc 43 [99] ТЕХНЕЦІЙ	Ru 44 101,07 РУТЕНІЙ	Rh 45 102,91 РОДІЙ	Pd 46 106,42 ПАЛАДІЙ	
	52 Te 127,60 ТЕЛУР	53 I 126,904 ЙОД			54 Xe 131,29 КСЕНОН	
6	W 74 183,85 ВОЛЬФРАМ	Re 75 186,21 РЕНІЙ	Os 76 190,2 ОСМІЙ	Ir 77 192,22 ІРИДІЙ	Pt 78 195,08 ПЛАТИНА	
	84 Po [209] ПОЛОНІЙ	85 At [210] АСТАТ			86 Rn [222] РАДОН	
7	Sg 106 [263] СИБОРГІЙ	Bh 107 [262] БОРІЙ	Hs 108 [265] ГАСІЙ	Mt 109 [266] МАЙТНЕРІЙ	Uun 110 [272] УНУННІЙ	

65 Tb 158,93 ТЕРБІЙ	66 Dy 162,50 ДИСПРОЗІЙ	67 Ho 164,93 ГОЛЬМІЙ	68 Er 167,26 ЕРБІЙ	69 Tm 168,93 ТУЛІЙ	70 Yb 173,04 ІТЕРБІЙ	71 Lu 174,97 ЛЮТЕЦІЙ
---------------------------	------------------------------	----------------------------	--------------------------	--------------------------	----------------------------	----------------------------

97 Bk [247] БЕРКЛІЙ	98 Cf [251] КАЛІФОРНІЙ	99 Es [252] ЕЙНШТЕЙНІЙ	100 Fm [257] ФЕРМІЙ	101 Md [258] МЕНДЕЛЄВІЙ	102 No [259] НОБЕЛІЙ	103 Lr [260] ЛОУРЕНСІЙ
---------------------------	------------------------------	------------------------------	---------------------------	-------------------------------	----------------------------	------------------------------

Навчальне видання

Величко Степан Петрович — доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри фізики та методики її викладання Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка

Сальник Ірина Володимирівна — кандидат педагогічних наук, доцент кафедри фізики та методики її викладання Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка

Царенко Олег Миколайович — кандидат технічних наук, професор кафедри фізики та методики її викладання Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка

ВИБРАНІ ПИТАННЯ ЗАГАЛЬНОЇ ФІЗИКИ

Художнє оформлення Рябець Т.О.

**СВІДОЦТВО ПРО ВНЕСЕННЯ СУБ'ЄКТА ВИДАВНИЧОЇ
СПРАВИ ДО ДЕРЖАВНОГО РЕЄСТРУ ВИДАВЦІВ, ВИГОТОВНИКІВ І
РОЗПОВСЮДЖУВАЧІВ ВИДАВНИЧОЇ ПРОДУКЦІЇ**
Серія ДК № 1537 від 22.10.2003 р.

Підп. до друку 30.03.11. Формат А5. Папір офсет.

Друк різнограф. Ум. друк. арк. 11,64. Тираж 350 Зам. № _____

РЕДАКЦІЙНО-ВИДАВНИЧИЙ ВІДДІЛ
*Кіровоградського державного педагогічного
університету імені Володимира Винниченка*
25006, Кіровоград, вул. Шевченка, 1.
Тел.(0522) 24-59-84.
Факс (0522) 248544.
Е-mail: mails@kspu.kr.ua